



TÍTULO

ABORDAJE DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
POR UN MAESTRO EXPERTO DE 6º DE PRIMARIA

AUTORA

Paula de Vayas Díaz

Esta edición electrónica ha sido realizada en 2021

Tutora	Dra. Dña. Nuria Climent Rodríguez
Instituciones	Universidad Internacional de Andalucía ; Universidad de Huelva
Curso	<i>Máster Oficial en Investigación en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Ciencias Experimentales, Sociales y Matemáticas (2019/20)</i>
©	Paula de Vayas Díaz
©	De esta edición: Universidad Internacional de Andalucía
Fecha documento	2020



**Atribución-NoComercial-SinDerivadas
4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)**

Para más información:

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.es>

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.en>

ABORDAJE DE LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS POR UN MAESTRO EXPERTO DE 6º DE PRIMARIA

Trabajo Fin de Máster
Curso 2019/2020

Paula de Vayas Díaz

Directora: Nuria Climent Rodríguez

Abordaje de la resolución de problemas por un maestro experto de 6° de Primaria

Resumen:

El objetivo de esta investigación es describir cómo un maestro experto trabaja la resolución de problemas en un aula de 6° de Primaria. Para ello, se analizan tres sesiones considerando los referentes teóricos sobre la enseñanza de la resolución de problemas: tipos de problemas, fases y heurísticos, y el papel del docente en la enseñanza. Además, se observa la coherencia entre el tratamiento de la resolución de problemas en el aula y el sugerido en el currículo. Los resultados muestran que todos los problemas que se presentan en el aula tienen aplicación a la vida real y que, en su mayoría, el docente los trabaja como si tuviesen una única forma de resolución. Asimismo, resalta la importancia que se otorga a las fases de comprensión y verificación, destacando el empleo de enseñanza en ellas.

Palabras clave: *Resolución de problemas, Maestro experto, Educación Primaria, Enseñanza.*

A problem solving approach by an expert 6th grade teacher

Abstract:

The objective of this research is to describe how an expert teacher works the problem solving in a 6th grade classroom. In order to do this, are analyze three sessions in which the theoretical references on teaching problem solving are considered: types of problems, phases and heuristics, and the role of the teacher in teaching. Furthermore, the coherence between the treatment of problem solving in the classroom and the curriculum is observed. The results show that all the problems that are presented in the classroom have application to real life and that, for the most part, the teacher works them as if they had a single form of resolution. It also highlights the importance given to the comprehension and verification phases, highlighting the teaching strategies in them.

Key words: *Problem solving, Expert teacher, Primary Education, Teaching.*

INTRODUCCIÓN

La resolución de problemas, considerada como tarea compleja, permite reorganizar los diferentes niveles existentes en el aula y promover la construcción de un aprendizaje significativo. Además, promueve el gusto por la matemática y el desarrollo de una actitud abierta y crítica (Carrillo, 1998). Asimismo, en el currículo de Educación Primaria en Andalucía (Orden de 17 de marzo de 2015, por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía¹) se considera la resolución de problemas como un eje transversal que ha de estar siempre presente a lo largo de esta etapa educativa. Todo esto justifica la importancia de las investigaciones sobre la resolución de problemas en Educación Primaria.

Si bien la resolución de problemas es foco de numerosos estudios en Educación Matemática, hay poca investigación sobre la instrucción de problemas matemáticos en el aula (Chapman, 2000).

Conscientes de esta problemática, el presente trabajo surge con la intención de dar respuesta a la pregunta de investigación: ¿cómo trabajan los docentes la resolución de problemas en las aulas de Educación Primaria, más concretamente, en un aula de 6º curso?

Para Santos (1992), “los que han reconocido el proceso de resolver problemas como una importante actividad en el desarrollo de las matemáticas han puesto atención tanto en el diseño y presentación de problemas como en estudiar las estrategias utilizadas para resolverlos” (p. 16). Por tanto, para dar respuesta a la pregunta planteada, nos fijaremos en los tipos de problemas que se proponen y en las estrategias que usa el profesor para enseñar la resolución de problemas.

Para analizar los tipos de problemas que se proponen, se tiene en cuenta fundamentalmente la clasificación de Herdeiro (2010).

También se valorará el trabajo sobre las fases y las estrategias heurísticas, considerando a Pólya (1985), Schoenfeld (1987) y Carrillo (1998). Por otro lado, surge la necesidad de conocer cómo se debe trabajar la resolución de problemas en el aula y, para ello, se realiza un análisis de lo que dicta el currículo y su posible reflejo en las sesiones observadas.

Tomamos como antecedente el estudio de Sánchez (2018), sobre cómo proponen los libros de texto de 5º de Educación Primaria la enseñanza de la resolución de problemas y los tipos de problemas propuestos en las secciones dedicadas a la resolución de problemas. Esta autora observó que en los libros de texto analizados (Santillana, Anaya y Galera) aparecen problemas descontextualizados y que son más ejercicios de aplicación que problemas, aunque en el currículo se apueste por una enseñanza basada en la resolución de problemas.

Sánchez (2018) apunta como línea de investigación abierta *cómo se lleva a cabo en el aula la enseñanza de la resolución de problemas*, coincidiendo con nuestra temática.

Este trabajo puede aportar información relevante sobre la enseñanza de la resolución de problemas, al intentar comprender un caso específico de un maestro que desarrolla sesiones enfocadas a la resolución de problemas.

¹ Siempre que en adelante se mencione el currículo, nos estaremos refiriendo a esta orden.

La resolución de problemas en el currículo

En el currículo de Educación Primaria en Andalucía se otorga suma importancia a trabajar la resolución de problemas matemáticos en todo su proceso, incluso una vez que los problemas han sido resueltos; así como a expresar de forma verbal el proceso seguido en su resolución, usando los razonamientos y estrategias oportunas. Esta verbalización contribuye a alcanzar el desarrollo de las competencias clave y está presente en los contenidos y estándares de aprendizaje del tercer ciclo.

Del mismo modo, la citada Orden descarta el mero aprendizaje de conocimientos y procedimientos matemáticos en sí mismos, poniendo el énfasis en la aplicación de estos a situaciones de la vida real.

La finalidad del área de matemáticas en Educación Primaria es el desarrollo de la alfabetización matemática, concepto con el que se hace referencia a la capacidad del individuo para resolver situaciones prácticas cotidianas, utilizando para este fin los conceptos y procedimientos matemáticos.

Según la Orden, el primero de los **objetivos** del área de matemáticas es “Plantear y resolver de manera individual o en grupo problemas extraídos de la vida cotidiana, de otras ciencias o de las propias matemáticas, eligiendo y utilizando diferentes estrategias, justificando el proceso de resolución, interpretando resultados y aplicándolos a nuevas situaciones para poder actuar de manera más eficiente en el medio social” (BOJA, 2015, p.228). Asimismo, la resolución de problemas es considerada como elemento transversal en todas las áreas.

Centrándonos en matemáticas, se trata de un contenido transversal que se ha creado con la intención de que sea eje vertebrador del resto de los bloques y forme parte del quehacer diario en las aulas, constituyendo el *Bloque 1 “Procesos, métodos y actitudes matemáticas”*.

Los procesos y contenidos que se pueden extraer de este bloque en el tercer ciclo son: identificar problemas de la vida cotidiana; reconocer los datos y relaciones relevantes; desarrollar estrategias heurísticas para comprender y resolver el problema (“aproximar mediante ensayo-error, estimar el resultado, reformular el problema, utilizar tablas/esquemas/gráficas, relacionar con problemas afines, empezar por el final”); fomentar actitudes básicas para el trabajo matemático; detallar el proceso y las decisiones tomadas; y formular conjeturas y comprobarlas, así como los resultados y conclusiones extraídas.

En Andalucía, el máximo nivel de concreción y secuenciación de los estándares de aprendizaje son los indicadores de evaluación, de los que hemos extraído: anticipa una solución razonable y busca los procedimientos matemáticos adecuados; valora las diferentes estrategias que emplea (personales y académicas); reflexiona sobre los procesos, decisiones y resultados obtenidos.

Desde el punto de vista de estrategias metodológicas en el aula, se considera preciso incluir metodologías didácticas enfocadas a la resolución de problemas que permitan abarcar una gran variedad de contextos.

Analizando de forma exhaustiva el tercer ciclo, en la Orden existen varios criterios en los que se recogen que se deben valorar las diferentes estrategias y procedimientos de razonamiento matemáticos coherentes tanto en la formulación como en la resolución de un problema.

Asimismo, en otro criterio se añade que debe realizarse colaborando activamente en equipo y comunicando de forma ordenada y clara, oralmente y por escrito, el proceso seguido en la

resolución de problemas. Por ello, el profesorado debe favorecer tareas y actividades en las que el alumnado aporte sus resultados, procedimientos y evitar la respuesta única, superando los bloqueos e inseguridades ante la resolución de situaciones desconocidas.

Para facilitar la verbalización, los docentes deben evitar hablar en exceso y fomentar situaciones donde los estudiantes tengan que expresarse verbalmente, creando flexibilidad de cambiar de gran grupo a pequeño grupo o actividades individuales. Asimismo, deben propiciar una variedad de situaciones, tiempos para la puesta en común y debates.

Se recomienda “resolver situaciones problemáticas presentadas desde la realidad cercana y experiencias próximas” (p. 278), proponiendo ejemplificaciones de su entorno cercano: analizar presupuestos para un viaje, planos de nuestras aulas, que operen con diferentes medidas del contexto real o elegir qué supermercado ofrece mejores precios.

MARCO TEÓRICO

El término o palabra *problema* es ambiguo (Carrillo et al., 2016). Para Carrillo (1998, p. 87), “el concepto de problema debe asociarse a la aplicación significativa (no mecánica) del conocimiento matemático a situaciones no familiares, la consciencia de tal situación, la existencia de dificultad a la hora de enfrentarse a ella y la posibilidad de ser resuelta aplicando dicho conocimiento”.

Para Pólya (1962), “tener un problema significa buscar de forma consciente una acción apropiada para lograr un objetivo claramente concebido, pero no alcanzable de forma inmediata” (citado por López et al, 2015, p.76).

Sin embargo, Schoenfeld (1985), citado en Herdeiro (2010), considera que “un problema está asociado con la dificultad para resolver la tarea propuesta, pero esa dificultad no radica en la tarea en sí misma, sino que está asociada con el individuo que intenta resolverla” (p. 95).

Teniendo presente el significado de *problema* para los autores mencionados anteriormente, en esta investigación consideramos las tareas que el docente, objeto de nuestro estudio, atiende como problema matemático en el aula y encajen en la definición aportada anteriormente por Carrillo (1998); es decir, si observamos que alguno de los problemas que plantea el docente es una situación mecánica, no lo consideraremos como tal.

Tipos de problemas

Los problemas matemáticos pueden ser clasificados según muchos criterios. En esta investigación tomamos como referente la clasificación de Herdeiro (2010), atendiendo a los criterios: sus características en términos de contexto y formulación, y en términos de resolución y respuesta.

Fijándonos en el **contexto**, Sánchez (2018) reformula ligeramente la clasificación de Herdeiro (2010), diferenciando que un problema tenga *contexto de la vida real con datos plausibles*, *contexto de la vida real con datos no plausibles* o *sin contexto de la vida real*. Además, Herdeiro (2010) considera también el contexto con *conexión con otras áreas de las matemáticas*, *con otras áreas disciplinares* o *sin conexión*.

En la categoría de **formulación**, Herdeiro (2010) engloba la ilustración, el número de cuestiones que presenta, la información que aparece y las representaciones.

En cuanto a la ilustración, distingue entre *decorativa* (sin finalidad relacionada con el problema), *representativa* (aparecen datos que se aportan en el enunciado), *informativa* (aparecen datos que no están incluidos en el enunciado) o *sin ilustración* (no presenta ninguna imagen ni dibujo). Igualmente, diferencia entre *formulación simple* (la actividad solo tiene una cuestión) y *formulación agrupada* (la actividad tiene más de una cuestión).

En relación con la información que proporcionan los problemas, esta autora diferencia entre *suficiente* (el enunciado ofrece la información necesaria para su resolución), *insuficiente* (no ofrece toda la información necesaria) y *excesiva* (ofrece la información necesaria, añadiendo información no relevante).

Aludiendo a las representaciones que aparecen en la formulación del problema, discierne entre una formulación *exclusivamente verbal* (el enunciado no utiliza tabla, gráfico, expresión algebraica o escala de probabilidad), o representaciones que acompañan a la representación verbal: usando una *tabla*, *expresión algebraica*, *gráfica* o *diagramas*.

En cuanto a su **resolución**, Herdeiro (2010) considera que los problemas pueden ser resueltos *con aplicación de conceptos* (recurre exclusiva o predominantemente a un concepto o idea matemática) o *con aplicación de algoritmos o procedimientos* (recurre exclusiva o predominantemente a la aplicación de un algoritmo o un procedimiento).

Del mismo modo, esta autora hace una clasificación de la **respuesta** atendiendo a si el problema tiene una resolución con *solución única y exacta* (el valor obtenido es exacto) o *sin solución única y exacta* (puede presentar una solución que no sea única o que su valor sea aproximado).

En cuanto a la clasificación que realiza esta misma autora sobre la respuesta con o sin toma de decisiones sobre las soluciones, no la hemos tenido en cuenta ya que se centra en las respuestas que dan los estudiantes y no es nuestro foco de atención. Al igual ocurre con la clasificación que realiza sobre las respuestas con o sin justificación, que tampoco la hemos tenido en cuenta, ya que consideramos que todo problema matemático conlleva implícita una justificación.

Tabla 1: Tipos de problemas

Contexto	Sin contexto de la vida real, contexto de la vida real con datos plausibles o no plausibles
	Sin conexión, conexión con otras áreas de las matemáticas o con otras áreas disciplinares
Formulación	Ilustración decorativa, representativa, informativa o sin ilustración
	Formulación simple o agrupada
	Información suficiente, insuficiente o excesiva
	Exclusivamente verbal, con tabla, expresión algebraica, gráfico o diagramas.
Resolución	Aplicación de conceptos o de algoritmos/procedimientos
Respuesta	Solución única y exacta. Solución no única y exacta

Fases y heurísticos en la resolución de problemas

Algunos autores consideran conveniente establecer una serie de fases que intervienen en el proceso de resolución de problemas. En primer lugar, consideramos el trabajo de Pólya (1985), quien identifica cuatro fases (Tabla 2).

Sin embargo, Schoenfeld (1987, citado en Carrillo, 1998) modifica los términos de las fases de Pólya por otros que considera que describen mejor la acción del resolutor y afirma que no existen fases perfectas a la hora de resolver un problema; lo esencial es que el resolutor realice un zigzagueo entre las fases en lugar de seguir un orden secuencial por ellas (Carrillo, 1998).

Tabla 2: Comparativa de la aportación de ambos autores

Fases Pólya (1985)	Fases Schoenfeld (1987)
Comprender el problema	Análisis y Comprensión
Concebir un plan	Diseño y Planificación
Ejecutar el plan	Exploración
Examinar la solución obtenida	Verificación

Entre las funciones del docente se encuentra la de despertar en los estudiantes el gusto por la resolución de problemas matemáticos; para ello, conviene conocer diferentes estrategias y técnicas para resolver problemas; es lo que se denomina heurística. Para Pólya (1985, p. 102), la heurística “trata de comprender el método que conduce a la solución de problemas, en particular las operaciones mentales típicamente útiles en este proceso”.

Por otro lado, Carrillo (1998) resalta que, además de hacer el problema, es muy importante que los estudiantes reflexionen sobre lo que hacen; esto es, el desarrollo de la metacognición (regulación y control de las acciones cognitivas).

En esta investigación consideramos los heurísticos propuestos por Carrillo (1998) para cada fase de resolución (Tabla 3). Además de los heurísticos generales, el autor proporciona heurísticos específicos relacionados con aquellos, que no reproducimos por razones de espacio, pero son usados en el análisis. Hemos obviado la fase de identificación ya que los problemas que tenemos en cuenta son planteados por el docente de forma explícita.

Tabla 3: Fases y heurísticos en la resolución de problemas

Fases y su objetivo	Heurísticos generales asociados a cada fase
<u>COMPRENSIÓN</u> Entender las partes del problema y buscar su representación.	C1 Organizar la información C2 Ejemplificar C3 Expresar en otros términos
<u>PLANIFICACIÓN Y EXPLORACIÓN</u> Obtener la información oportuna para idear una estrategia.	PE1 Simplificar PE2 Estimar PE3 Buscar regularidades con intención de generalizar PE3a Tantear PE4 Considerar problemas equivalentes PE5 Argüir por contradicción PE6 Asumir la solución PE7 Partir de lo que se sabe PE8 Planificar jerárquicamente la solución PE9 Descomponer el problema PE10 Explorar problemas similares

	PE11 Conjeturar
<u>EJECUCIÓN</u> Desarrollar el plan ideado.	Registrar todos los cálculos, resaltar los logros intermedios, actuar con orden y precisión, explicar el estado de la ejecución
<u>VERIFICACIÓN</u> Controlar el proceso seguido y comprobar si la solución es correcta.	V1 Analizar la consistencia de la solución V2 Expresar de otra forma la solución V3 Analizar la consistencia del proceso V4 Analizar si se puede llegar al resultado de otra manera V5 Generalizar

Posteriormente, en Carrillo et al. (2016) se añade que “resulta interesante considerar una fase final de autorreflexión, que permite integrar aspectos cognitivos y afectivos sobre la resolución de problemas” (p. 287).

Enseñanza de la resolución de problemas

Hace muchos años, el profesor de matemáticas no se consideraba como factor significativo en los estudios de enseñanza de resolución de problemas (Lester, 1999 y Silver 1985, citados en Chapman, 2000).

Sin embargo, Chapman et al. (1999), citado en Chapman (2000), afirman que esta situación está comenzando a cambiar, aunque las creencias de los profesores sobre la resolución de problemas y su enseñanza, por lo general, han sido descartadas sin explorar su valor para estimular a los docentes a sacar el máximo provecho de sí mismos.

Para enseñar la resolución de problemas se han de tener diseñadas una serie de actividades específicas en las diferentes fases del modelo general de la resolución de problemas, y así mostrar a los resolutores herramientas o heurísticos útiles para abordar la resolución de problemas con mayor autoestima y expectativa de éxito (Carrillo et al., 2016); por tanto, estos autores señalan que:

Cuando el objetivo es enseñar a resolver problemas, se hace especialmente relevante una fase que permita reflexionar sobre todo lo realizado, comprobar que hemos cumplido los objetivos, analizar la viabilidad del resultado, corregir posibles errores, concretar los heurísticos utilizados y comparar los procesos seguidos, para aprender de ello y transferir conocimiento a otras situaciones. (p.290)

Una dificultad que generalmente predomina en los estudiantes es la de escribir las estrategias que utilizan en la resolución de problemas. Por este motivo, es necesario que el docente le ayude a comprender y a asimilar procesos seguidos para facilitar su transferencia a otros problemas semejantes (Carrillo et al., 2016).

Burkhardt (1988), citado en Schoenfeld (1992), señala que la resolución de problemas es difícil para el docente porque debe percibir las implicaciones de los diferentes enfoques de los estudiantes y debe decidir cuándo intervenir y qué sugerencias ayudarán a los estudiantes mientras tienen la solución en sus manos. Por ello, establecemos una categoría que Schoenfeld (1992) asocia con las posibles acciones que se identifican del docente: *monitorear* y *evaluar el progreso en línea* (el docente interviene en el momento, moderando sus intervenciones); *consultor itinerante* (el docente evalúa el progreso) y *monitor externo* (apenas interviene en el proceso).

METODOLOGÍA

Hemos recogido información mediante la observación no participante y grabación en vídeo de tres sesiones en las que el maestro experto, al que llamaremos Enrique, trabajaba la resolución de problemas. Enrique posee 26 años de experiencia y 21 en el centro actual. Elegimos a este maestro porque dedica una parte importante de sus clases a la resolución de problemas. Sin embargo, debido a la situación del estado de alarma del país por la crisis sanitaria COVID-19, solo hemos podido proceder a la grabación de tres sesiones en el aula, las dos últimas realizadas de forma conjunta el día 13 de marzo, último día de clases antes del estado de alarma. Por este motivo, en el análisis de ambas sesiones se observa que en el aula se genera cierta inquietud.

Este docente puede considerarse como experto además de por su experiencia, por declararse favorable a una metodología activa y saber comunicarse y trabajar con las familias de sus estudiantes. Asimismo, en la entrevista realizada nos comenta que coordina el trabajo con su paralelo de nivel. Según Carrillo et al. (2014) estas dimensiones mencionadas son algunas de las que describen a un profesor experto.

La investigación presentada sigue una metodología cualitativa bajo un paradigma interpretativo o naturalista, debido a nuestro interés por conocer y comprender la realidad del sujeto participante en el aula. Podemos considerar que el diseño de la investigación es un estudio de caso, ya que, como afirma Martínez (2011), citado en Chico (2018), “se lleva a cabo sobre un individuo, grupo, organización, comunidad o sociedad, que se considera y se analiza como una entidad única” (p. 10).

Siguiendo a Stake (1998), podemos considerar que se trata de un estudio de caso intrínseco porque es interesante conocer cómo trata la resolución de problemas un maestro experto.

Teniendo en cuenta que el objetivo general de la investigación es describir cómo un maestro experto trabaja la resolución de problemas en un aula de 6º de Primaria, se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Caracterizar qué tipos de problemas se abordan en un aula de Primaria (según su contexto, formulación, resolución y respuesta).
- Informar sobre la coherencia entre el currículo y la enseñanza en el aula.
- Describir las estrategias de enseñanza del profesor para la resolución de problemas.

Una vez recogidos los datos de las sesiones de clase se realiza un análisis exhaustivo de las transcripciones parciales de estas y se seleccionan situaciones relevantes para el análisis de la investigación. Posteriormente, se realiza un análisis descriptivo para cada sesión y, finalmente, un análisis comparativo de las mismas.

Además, se realiza al docente una entrevista inicial con el objetivo de “la identificación de aspectos relevantes y característicos [...] para poder tener una primera impresión y visualización” (Bisquerra, 2009, p. 338).

El instrumento de análisis empleado en este trabajo ha sido una tabla de doble entrada que parte de los referentes citados en el marco teórico (tipología de problemas de Herdeiro, 2010; estrategias de enseñanza tomando como base a Schoenfeld, 1992; y clasificación de Carrillo, 1998, sobre fases y heurísticos).

Finalmente, también se ha considerado la coherencia del tratamiento de la resolución de problemas en el aula con el currículo.

RESULTADOS

Para situar los resultados comenzamos describiendo brevemente el contenido de cada una de las sesiones.

En la primera se plantean dos problemas. El docente proyecta en la pizarra digital el primer problema extraído de una ficha y elige a un alumno para que lo resuelva actuando como representante de la clase. El segundo problema es extraído del libro de texto y se propone para ser trabajado de forma cooperativa en grupos de 4 personas (primero trabajan por parejas para resolver una parte del problema y luego trabajan los cuatro componentes del grupo para elegir qué propuesta es más acertada). El problema se concluye con una puesta en común de todos los grupos. En esta primera sesión se observa una participación continua del docente, quien va realizando preguntas durante la resolución de los problemas y va modelizando la resolución de los mismos.

En la segunda sesión, se trabaja por grupos interactivos con la participación de cuatro madres voluntarias. La clase está dividida en cuatro grupos, donde cada uno de ellos está formado por 4-5 estudiantes y una de las madres. En cada grupo hay un problema diferente y los estudiantes deben ir rotando para realizar los cuatro problemas que se proponen. El docente, al comienzo de la clase comenta la dinámica que se va a llevar a cabo y establece un tiempo de quince minutos para que los estudiantes realicen cada problema. En esta segunda sesión es donde no vamos a tener en cuenta uno de los problemas pues no se asocia a la aplicación significativa del conocimiento matemático a situaciones no familiares, es decir, se trata de un problema mecánico donde el docente comunica verbalmente a los estudiantes lo que tienen que hacer (medir un objeto).

Como hemos comentado anteriormente, la tercera sesión se realiza de forma conjunta con la segunda², a diferencia de que en la tercera ya las madres no están en el aula. Se realiza una puesta en común entre todo el grupo-clase de los problemas tratados en la sesión anterior, es decir, se comentan los resultados de los cuatro problemas que se trabajaron en los grupos interactivos, siendo el docente quien realiza una corrección directa de ellos.

Para tener una visión más completa sobre cómo trabaja el maestro la resolución de problemas en el aula, vamos a describir las sesiones observadas atendiendo a las categorías y subcategorías que hemos considerado.

Características de los problemas en cuanto al contexto y formulación

Todos los problemas presentan un contexto de la vida real con datos plausibles: uno se refiere a la compra de un coche a plazos, otro a la organización que requiere un campamento, dos se refieren a la elección de presupuestos para una excursión y el otro a la interpretación de una gráfica que refleja la venta de empanadas de una empresa (Figura 1).

Además, el docente hace hincapié durante toda la instrucción en la importancia de su aplicación en la vida real. Por ejemplo, en el problema 4 de la segunda sesión (Figura 1), comenta:

² Se analizarán agrupadas.

Profesor: “Es muy importante porque cuando lleguéis a casa y vuestros padres estén viendo las noticias del coronavirus vais a ver cómo ha subido la media y casi todos los datos se van a dar en gráficas. Entonces la interpretación de graficas es obligatorio para que puedas entender la realidad que te rodea” (líneas 156-170³).

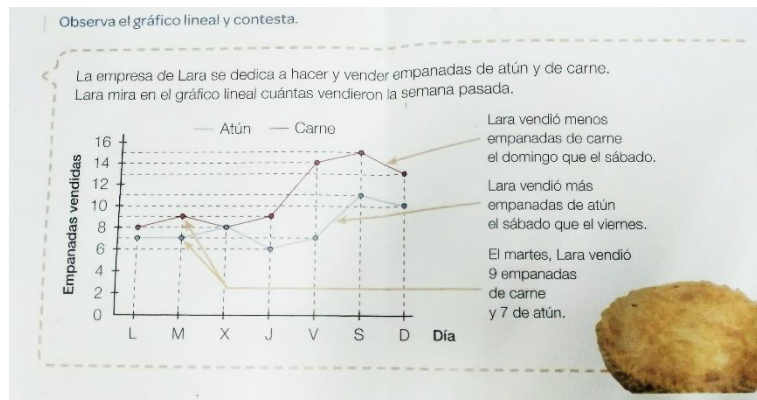


Figura 1. Problema 4 - segunda sesión

De los 5 problemas trabajados, cuatro son presentados sin conexión (Figura 1) y uno tiene conexión con otras áreas de las matemáticas, ya que, además de trabajar las operaciones aritméticas, también se trabaja la divisibilidad (Figura 2).

Organizar un campamento

En el mismo pueblo donde Sara tiene su planta de envasado, una asociación juvenil celebra habitualmente campamentos. Sara a menudo colabora con ellos en las tareas de organización y ayuda a la hora de los juegos, la comida, el alojamiento...

1 Piensa y resuelve.

- La semana pasada en el campamento hubo entre 70 y 80 campistas. Se hicieron grupos de 2 para una carrera y de 9 para un concurso y nadie quedó sin participar. ¿Cuántos campistas asistieron?
- Sara tiene 40 botas de refresco y los quiere repartir en bolsas de manera que en cada una haya el mismo número de refrescos. ¿De cuántas formas puede hacerlo?
- Para la merienda Sara tiene 20 bocadillos de jamón y 12 bocadillos de jamón york. Quiere hacer platos con el mismo número de bocadillos, todos del mismo tipo, y que no sobra ninguno. Si lo hace de manera que el número de bocadillos sea el máximo posible, ¿cuántos platos obtendrá?

2 TRABAJO COOPERATIVO. Resuelve con tu compañero.

En el campamento de esta semana hay 30 chicas y 18 chicos. Para una actividad se quieren hacer grupos iguales con el mismo número de chicas que de chicos, de manera que el número de grupos total sea el mínimo posible.

- ¿Cómo pueden hacerlo?
- ¿Cuántos grupos se obtendrán en total?
- ¿Cuántas personas habrá en cada grupo?

Inteligencia interpersonal

Figura 2. Problema 1 - segunda sesión

En cuanto a la formulación, todos presentan suficiente información para su resolución.

³ Indicamos las unidades de información con su localización en la transcripción de la sesión correspondiente.

Dos de ellos (Figuras 1 y 2) muestran ilustraciones informativas en las que se encuentra la información esencial para su resolución. Sin embargo, el resto de problemas muestran ilustraciones decorativas que solo adornan los problemas (Figura 3):

7. Inma compra un coche por 18.621 €. Da una entrada de 3.105 € y el resto lo paga en 36 cuotas iguales. ¿Cuánto tiene que pagar por cada cuota?

Datos	Operaciones	Resultado
		Tiene que pagar
	 euros.




Figura 3. Problema 1 - primera sesión

Tan solo el problema de la figura 3 presenta una formulación simple, los demás presentan una formulación agrupada (Figura 4), ya que plantean más de una cuestión. Lo mismo ocurre en la representación, debido a que en todos se muestra exclusivamente verbal, excepto en la Figura 1 que se muestra una gráfica.

Los alumnos de sexto curso realizarán una estancia de 7 días en una estación de esquí. El grupo está formado por 25 alumnos y hoy el profesor ha traído dos presupuestos. Observa:

PRESUPUESTO A		PRESUPUESTO B	
Transporte: minibus	300 €	Transporte: minibus	300 €
Hotel: 1 noche/persona	45 €	Hotel: 4 noches + forfait	280 €
Forfait: 1 día/persona	35 €	5 días/persona	15 €
Alquiler material esquí: 1 día/persona	12 €	Alquiler material esquí: 1 día/persona	15 €

- Dividid la clase en dos grupos y, dentro de cada grupo, trabajad por parejas. Cada grupo debe escoger uno de los presupuestos y calcular el precio por persona de la opción escogida.
- Entre toda la clase, decidid cuál de las dos opciones es la más económica.
- Debatid qué opción os parece mejor, argumentando las ventajas y las desventajas de cada una de ellas.






Figura 4. Problema 2 - primera sesión

Características de los problemas en cuanto a la resolución y respuesta

Tres de los problemas que se trabajan en el aula requieren de la aplicación de algoritmos o procedimientos para su resolución (Figuras 3, 4 y 5), a diferencia de los otros dos (Figuras 1 y 2) que requieren exclusivamente de la aplicación de ideas o conceptos matemáticos. Un ejemplo de ello es el problema de la Figura 1, donde se requieren las ideas de interpretación de gráficas y de ejes de coordenadas. Además, todos los problemas conducen a una solución única y exacta donde el valor obtenido es exacto.

Elegir un presupuesto

A María y a su familia les encanta la astronomía y han decidido ir a ver una exposición sobre la exploración espacial en un país vecino.

En la agencia de viajes les han preparado varios presupuestos para elegir:

Presupuesto 1
105 € por persona.
Niños hasta 12 años gratis.

Presupuesto 2
90 € por persona.
Niños menores de 9 años gratis.
Niños de 9 a 12 años pagan la mitad.

Además, hay vuelos de ida y vuelta con un importe por persona de 258 € más 95 € de tasas de aeropuerto. En la agencia les dicen que los niños menores de 9 años tienen el vuelo y las tasas incluidos con el precio del hotel.

1. Averigua qué presupuesto es mejor para la familia de María.

2. Escribe cómo se lee, descompón y aproxima al mayor de sus órdenes los números de la noticia.

La exposición fue visitada en Francia por 609.380 personas y en toda Europa, por 2.009.271 personas.

3. **TRABAJO COOPERATIVO.** Cambia las condiciones y los precios de los dos presupuestos y pide a tu compañero que halle cuál es el mejor. Después, comprueba que lo ha hecho bien.


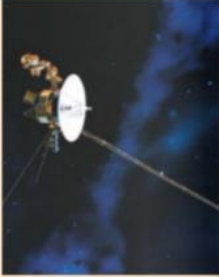



Figura 5. Problema 3 - segunda sesión

Asimismo, cuatro de los problemas pueden resolverse por diferentes métodos de resolución, aunque el docente los trabaja como si presentaran un proceso de resolución único. Por ejemplo, en el análisis descriptivo del problema de la Figura 4 se observa cómo el docente no comenta otra forma de resolución, por lo que el problema queda catalogado con un único proceso de resolución porque no le da importancia a las opciones que se plantean (Imagen 1).

Imagen 1. Resolución problema 2 - primera sesión

Intervención grupo 1: “Nosotros hemos visto que sale más económico el presupuesto B porque lo hemos multiplicado todo por 7 y por 25; y el presupuesto B nos da 16.375 y el A 16.400” (no dice unidades).

Intervención grupo 2: “El presupuesto A y el presupuesto B lo hemos realizado haciéndolo para 1 persona, no por los 25 y nos ha salido más barato el presupuesto B. Nos sale el presupuesto A 944€ y el B 655€”.

Intervención grupo 3: “Nosotros hemos visto que es mejor el presupuesto B y lo hemos hecho por persona. El presupuesto A nos da 660”.

Intervención grupo 4: “Nosotros también pensamos que el presupuesto B es mejor y lo hemos hecho por persona. El B 655 y el A 92”.

Profesor: “Tenéis que tener cuidado porque aquí dice [señala los datos del presupuesto A] que son una noche por persona, un día por persona y un día por persona, o sea que estos tres (45, 35 y 12) que son los 92 que a ustedes os da, es para un día solo” (líneas 118-120).

Profesor: “Por eso es muy importante *releer los datos*, mirar los datos, y más, en problemas de este tipo que tienen muchos datos” (líneas 121-122).

Intervención grupo 5: En este grupo solo eran tres alumnos y tenían que hacer solo el presupuesto A “Nos sale 16.100€”.

Características de las estrategias del docente en cuanto a fases y heurísticos

Hemos de comentar que en la primera sesión grabada se han observado heurísticos, pero en las siguientes no se han catalogados como tal, quizá debido a la rapidez con la que el docente trabaja. No se detiene en su uso, puede que condicionado por la situación en que se desarrolla las sesiones, ya que, como comentamos anteriormente, fueron grabadas el último día de clase antes de que se decretase el estado de alarma.

Es por este motivo, por el que se han creado dos tablas en lugar de una, en la tabla 4 se reflejan los heurísticos pertenecientes a la primera sesión y en la tabla 6 se muestran los indicios de heurísticos de la segunda sesión.

El profesor parece otorgarle más importancia a la fase de comprensión de los problemas, ya que es donde proporciona indicaciones más precisas a los estudiantes, quizá, por la dificultad que presenta para esta fase.

Tabla 4: Ejemplificaciones de heurísticos en la fase de comprensión

C1 organizar la información	Profesor: “¿Qué es lo que te pide?” (línea 9) “¿Qué datos tienes tú ahí?” (línea 13).
C3 expresar en otros términos	Profesor: “Probablemente en un futuro, alguno de ustedes podáis comprar un coche. Cuando vayáis a un concesionario de coche lo que os va a decir es esto, tengo este coche lo puedes pagar así [señala el importe del coche] o si quieres que te de facilidades de pago, págame primero esto de entrada [indica el precio de la entrada] y luego ponemos cómodas cuotas de tanto dinero” (líneas 52-57).

Asimismo, el docente proporciona ayudas desde el principio del problema y muestra indicios de heurísticos para la fase de comprensión; concretamente el C3 *expresar en otros términos* (Tabla 5), al dar sugerencias para que los alumnos atiendan al enunciado del problema antes de actuar.

Tabla 5: Indicios de heurísticos en la fase de comprensión

C3 expresar en otros términos	Profesor: “Se trata de interpretar esta gráfica, primero tenéis que ver en que consiste la gráfica y ya luego responder a las preguntas” (líneas 30-33).
	Profesor: “Se trata de que, antes de hacer nada, leer bien las cosas. Ya sabéis, primero pienso y luego hago ¿de acuerdo?” (líneas 10-11).
	Profesor: “Es otra situación problemática en la que hay elegir un presupuesto. Tenéis que leer bien las condiciones que se dan y responder a las preguntas en el cuaderno” (líneas 26-27).

Es de suma importancia resaltar en esta fase el uso de factores metacognitivos por parte del docente, ya que plantea preguntas para que el resolutor muestre “lo que sabe (condiciones del problema), lo que quiere (incógnita) y lo que puede usar (estado de su conocimiento relativo a la tarea)” (Carrillo, 1998).

En cuanto a la fase de planificación y exploración, el docente no se detiene mucho en ella. A modo de ejemplo, se destaca la siguiente intervención donde emplea el heurístico PE8 *planificar jerárquicamente la solución*:

Profesor: “¿Qué operaciones vamos a hacer ahí?” (sesión 1, línea 25).

Del mismo modo ocurre con la fase de ejecución, en la que el docente no proporciona indicaciones precisas. A continuación, se detalla una intervención perteneciente a esta fase donde el maestro trata de que los alumnos empleen el heurístico de *explicar el estado de la ejecución*, implicando factores metacognitivos (qué está haciendo y por qué).

Profesor: “[Dirigiéndose a la madre que está con el problema de gráfica] tienes que preguntarles a ellos para que lo expliquen, aunque te digan yo lo he entendido así y por eso lo he contestado así” (sesión 2, líneas 54-56).

En ambas sesiones se da importancia a la fase de verificación porque el docente da pautas precisas sobre la resolución de los problemas, empleando los siguientes heurísticos (Tabla 6):

Tabla 6: Evidencias de heurísticos en la fase de verificación

Heurísticos para la fase de verificación	
V1 analizar la consistencia de la solución: comprueba si la solución es razonable	Profesor: “¿Y qué has obtenido?” ... “¿Te da, más o menos, una cosa coherente?” ... “¿Los demás estáis conformes con cómo se ha hecho el problema?” (sesión 1, líneas 40-42). Profesor: “Si le hubiera salido una cuota de 5000 y pico de euros, no sería una cuota correcta porque si el coche vale 18 mil y yo tengo que pagar 5 mil y pico en tantos meses va a salir una barbaridad y habría algo raro. Pero lo que la cuota que ha salido sí es la correcta” (sesión 1, líneas 46-48).
V3 analizar la consistencia del proceso	“Si lo hacen solos tienen que revisarlos con ustedes mismos, pero en este caso, como está en la pizarra, tiene que explicarlo al resto de la clase. A la vez que lo va explicando [se refiere a un alumno], él se va dando cuenta si ha tenido algún error, si lo que hace es congruente, si lleva razón... hasta que llegemos al final” (sesión 1, líneas 35-37).
V5 Generalizar	Profesor: “las aproximaciones son muy importantes porque nosotros nos llevamos todo el día aproximando, cuando vamos a cualquier sitio: ¿Cuánto cuesta esto? Pues unos 200 €, a lo mejor no son 200 son 208” (sesión 2, líneas 100-102).

El papel del profesor en la enseñanza de resolución de problemas

El docente, en gran parte, trabaja la resolución de problemas en el aula con fichas de elaboración propia (Figuras 1, 2 y 5), extrayendo problemas de Internet (Figura 1) y del libro de texto (Figura 4).

En el análisis descriptivo de la primera sesión, se observa que el docente modeliza la resolución de problemas porque parece que se entiende como que está usando al alumno como si este fuese resolutor experto y espera que los demás estudiantes vayan adquiriendo esa forma de actuación, realizando intervenciones continuas:

Profesor: “¿Qué es lo que tienes que hacer primero?” “¿Te has enterado del problema? ¿Os habéis enterado todos? ¿Qué es lo que te pide?” (líneas 8-9).

Sin embargo, en la segunda sesión se observa que el docente actúa como monitor externo, ya que apenas interviene en el proceso de resolución y realiza una corrección directa de las soluciones, quizá, debido a la situación en la que se encuentra:

Profesor: “No habéis hecho el mínimo común múltiplo de 2 y de 9, habréis hecho los múltiplos de 2 y los múltiplos de 9. El mínimo es el que es común a 2 y 9 pero lo que habéis sacado no os interesa porque lo nos interesa son los múltiplos de 2 y los múltiplos de 9 ¿y cuál es el que interesa exactamente? El que coincida que este entre 70 y 80” (líneas 134-137).

Coherencia con el currículo

Esta categoría no la hemos analizado por problema, sino por sesión porque se observan diferentes formas de organización en el aula. Como aspecto común en ambas sesiones, se ha observado que el docente pone énfasis en que los estudiantes expresen verbalmente el proceso de resolución:

Profesor: “Es muy importante que expliquéis qué habéis hecho, si estáis en casa se lo podéis explicar a papá, mamá, hermano o hermana, porque si hacéis bien esta explicación es que habéis entendido el problema perfectamente” (sesión 1, líneas 27-29).

Además, el primer ejemplo de C3 *expresar en otros términos* (Tabla 4) es una evidencia de que el docente trata de que el alumnado sea consciente de lo que ha aprendido y cómo se lo va a encontrar en su vida cotidiana, es decir, contribuye a alcanzar la competencia de *Aprender a aprender*. Tal y como se ha comentado en la categoría de tipología de problemas, estos tienen aplicación a la vida real y se emplea una variedad de contextos, bien de la vida real o de las propias matemáticas, pero no de otras ciencias.

Los procesos, contenidos e indicadores de evaluación que se trabajan son los que se muestran en la Tabla 7; sin embargo, los siguientes no se trabajan: *anticipa una solución razonable y busca los procedimientos matemáticos adecuados; valora las diferentes estrategias que emplea (personales y académicas); fomenta actitudes básicas para el trabajo matemático; detalla y reflexiona el proceso y las decisiones tomadas; formula y comprueba conjeturas.*

Tampoco se desarrollan las estrategias heurísticas que se proponen, tan solo la de *reformular el problema* (segunda fila de la Tabla 5).

Tabla 7: Procesos, contenidos e indicadores de evaluación

Identificar problemas de la vida cotidiana	Profesor: “Estos problemas, si son lo que se dice funcionales porque son buenos para la vida cotidiana ... fijaros como los problemas son los que verdaderamente nos acercan a la realidad que tenemos o tendremos en un futuro” (sesión 1, líneas 51-52 y 58-59)
Reconocer los datos y relaciones relevantes	Profesor: “Si le hubiera salido una cuota de 5000 y pico de euros, no sería una cuota correcta porque si el coche vale 18 mil y yo tengo que pagar 5 mil y pico en tantos meses va a salir una barbaridad y habría algo raro. Pero lo que la cuota que ha salido si es la correcta” (sesión 1, líneas 46-48).
Formular los resultados y conclusiones extraídas	Evidencias de la tabla 6.

En el currículo se resalta que se debe evitar la respuesta única; sin embargo, en las observaciones se aprecia que no es así ya que el docente trata la mayoría de los problemas como si tuvieran una respuesta única (explicación de la Imagen 1).

Con respecto a las diferencias entre ambas sesiones, conviene resaltar que en la primera el docente desarrolla estrategias heurísticas y en la segunda no las emplea. Del mismo modo ocurre con los resultados, pues en la primera sesión se observa que los resultados y las conclusiones se detallan, y en la segunda sesión no (como hemos señalado con anterioridad, se trata de una corrección directa).

En la primera sesión se observa que se crea flexibilidad a la hora de cambiar de gran grupo a pequeños grupos, mientras que en las siguientes colaboran activamente en pequeños grupos. En ambas sesiones, se ponen en común los resultados; en la primera se realiza de forma conjunta entre los estudiantes y el docente, a diferencia de que, en la segunda sesión, solo los realiza el docente.

Finalmente, en ambas sesiones se utilizan ejemplos que incluye el currículo (analizar presupuesto para un viaje).

CONCLUSIONES

Durante el desarrollo de esta investigación, se ha podido comprobar la idoneidad del instrumento de análisis, ya que nos ha permitido obtener información acerca de las características de los problemas que se plantean en el aula y las estrategias del docente durante la enseñanza de la resolución de problemas, así como el papel que desempeña en dicho proceso.

En cuanto a los objetivos específicos que nos planteamos al comienzo de la investigación, hemos ido alcanzándolos durante el desarrollo de la misma. El primero de ellos *caracterizar qué tipos de problemas se abordan en el aula de Primaria*, conseguimos abordarlo gracias a la clasificación previa de cada problema que se propone, resaltando de manera global que los problemas son bastante uniformes, donde cuatro de ellos son más similares porque apenas presentan ilustraciones y, en el caso de que tengan, son para recabar los datos; mientras que en el otro (Figura 1), la ilustración es imprescindible para su resolución, presentándola en un contexto de estadística.

En el trabajo de Sánchez (2018) se concluye que los problemas que aparecen en los libros de texto son descontextualizados; a diferencia de los que se trabajan en el aula, ya que no se consideran como tal porque sí están planteados, mayormente, en contextos cercanos al alumnado.

Con respecto al objetivo *informar sobre la coherencia entre el currículo y la enseñanza en el aula*, se contempla que el currículo apuesta por evitar la respuesta única, pero, sin embargo, la principal característica que se observa del trabajo en el aula no es coherente con esta idea, debido a que el docente trabaja los problemas como si tuviesen un único método de resolución. Con esta actuación, parece que se transmite la idea de que los problemas matemáticos solo tienen una única forma de resolverse, sin plantearse nuevas cuestiones al respecto. Por último, del objetivo *describir las estrategias de enseñanza del profesor para la resolución de problemas*, se puede decir que, de manera general, el docente otorga más importancia a las fases

de comprensión y verificación, siendo en estas donde se observa que emplea más estrategias heurísticas.

Respecto a las limitaciones del estudio, destacamos principalmente la situación anómala debido al estado de alarma decretado a partir del mes de marzo, situación que no nos ha permitido realizar más grabaciones en el aula ni tener una muestra mayor de los problemas que se trabajan en ella. Una restricción que nos ha acotado mucho el análisis de este estudio, puesto que la grabación de las últimas sesiones fue grabada el último día que hubo colegio y en el aula afloraban los nervios e incertidumbre. Esto pudo reflejarse en un tratamiento diferente de la resolución de problemas.

Otra de las limitaciones ha sido la escasa bibliografía encontrada sobre enseñanza de la resolución de problemas, lo que ha dificultado la construcción de dicho apartado en el marco teórico y su posterior análisis.

Por último, en futuras investigaciones podría hacerse una comparación entre los resultados de este estudio con los obtenidos en una mayor muestra de la observación en el aula. También sería interesante estudiar cómo enseñar la resolución de problemas desde otras formas centradas en el alumnado.

BIBLIOGRAFÍA

- Bisquerra, R. (Coord.), (2009). *Metodología de la investigación educativa*. Madrid: La Muralla.
- Carrillo, J. (1998). *Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza: metodología de investigación y relaciones*. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L.C., Montes, M., Escudero-Ávila, D., y Flores-Medrano, E. (2014). *Un marco teórico para el Conocimiento especializado del Profesor de Matemáticas*. Huelva: Universidad de Huelva Publicaciones.
- Carrillo, J., Contreras, L.C., Climent, N., Montes, M. A., Escudero, D. I., y Flores, E. (2016). (Coords.), *Didáctica de las matemáticas para maestros de educación primaria*. Madrid: Paraninfo.
- Chapman, O. (2000). Mathematics teachers' beliefs about problem solving and teaching problem solving. En J. Carrillo y L. C. Contreras (Eds.), *Resolución de problemas en los albores del siglo XXI: una visión internacional desde múltiples perspectivas y niveles educativos* (pp. 181-206). Huelva: Hergué.
- Chico, A. (2018). *Gestión de la participación, heurísticos y tareas trabajadas durante sesiones de resolución de problemas matemáticos en 6º de Primaria por parte de un maestro experto* (trabajo fin de máster). Universidad de Huelva.
- Herdeiro, C. (2010). *La resolución de problemas en los libros de texto de matemáticas del 9º año de escolaridad* (tesis doctoral). Universidad de Huelva.
- López, E. M., Guerrero, A. C., Carrillo, J. y Contreras, L. C. (2015). La resolución de problemas en los libros de texto: un instrumento para su análisis. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 8, 73 – 94.
- ORDEN de 17 de marzo de 2015 por la que se desarrolla el currículo correspondiente a la Educación Primaria en Andalucía. (B.O.J.A. núm. 60, 27 de marzo de 2015).

- Pólya, G. (1985). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Sánchez, M. P. (2018). *Cómo se propone trabajar la resolución de problemas en libros de texto de 5º de Educación Primaria* (trabajo fin de máster). Universidad de Huelva.
- Santos, L. (1992). Resolución de Problemas; El Trabajo de Alan Schoenfeld: Una propuesta a considerar en el Aprendizaje de las Matemáticas. *Educación Matemática*, 4(2), 16-23.
- Schoenfeld, A.H. (1985). *Mathematical problem solving*. Florida: Academic Press.
- Schoenfeld, A.H. (1987). What's all the Fuss about Metacognition? En A. H. Schoenfeld. (Ed.), *Cognitive Science and Mathematics Education*. Hillsdale, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*. University of California, Berkeley.
- Stake, R. E. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Ediciones Morata.