



ACTAS DEL
SIMPOSIO

EL PATIO CIRCULAR EN LA ARQUITECTURA DEL RENACIMIENTO



DE LA CASA DE MANTEGNA
AL PALACIO DE CARLOS V

GEOMETRÍA Y MÉTRICA EN LA PLANTA CIRCULAR DEL PALACIO DE CARLOS V

Francisco Javier Roldán Medina

Universidad de Granada

Laboratorio de Arqueología y Arquitectura de la Ciudad

INTRODUCCIÓN

El tema de la proporción en arquitectura fue objeto de encendidos debates en siglos anteriores, aunque actualmente se encuentra algo soslayado y existe un gran escepticismo entre los investigadores ante la profusión de teorías y líneas de pensamiento, distintas y muchas veces contradictorias.

De ello existe una bibliografía muy variada, tanto histórica como contemporánea. Comenzando por el mítico texto de Vitruvio (2007), los numerosos tratados surgidos a partir del Renacimiento (Evers y Thoenes 2011), y un conjunto de familias de teorías de la proporción en arquitectura que crece continuamente.

Entre los textos que analizan o recopilan teorías de la proporción en arquitectura destacamos los trabajos de Wittkower (1968), Moya Blanco (1981), Ruiz de la Rosa (1987) o Fernández Gómez (1999).

Otros autores han tratado el tema de los antiguos sistemas de medidas, como Klein (1974), Kula (1980), Michell (1981), González Raposo (1998), Escalona Molina (2009) o Suárez Jiménez (2009).

Sobre el Palacio de Carlos V existen interesantes trabajos (Prieto Moreno 1941; Torres Balbás 1941; Vílchez 1988; Tafuri 1988; Villafranca 1991; Capitel 1998), así como también aportaciones en el tema de la proporción en arquitectura (Casado de Amezúa 2012).

El estado de la cuestión es que sobre procedimientos científicos para analizar modularmente un edificio del pasado no se conocen técnicas aceptadas que lo permitan, por lo que los estudios históricos sobre el patrimonio construido suelen carecer de estos análisis métricos.

Pasa subsanar esta deficiencia, y una vez detectado que el sistema de proporciones de la arquitectura del pasado se basa en combinaciones de lados y diagonales de un cuadrado (Roldán Medina 2014a), se ha propuesto a la comunidad científica un método práctico para analizar modularmente antiguas estructuras.

En esta ocasión se analiza la potente geometría del Palacio de Carlos V con el objetivo de determinar la métrica que justifica sus proporciones y tamaños.

METODOLOGÍA

Utilizar conjuntamente dos escalas duodecimales proporcionadas según el lado y la diagonal del cuadrado constituye un sistema modular altamente eficiente (fig. 1a). Se aprovechan numerosos recursos matemáticos y geométricos, y proporciona unas posibilidades de diseño prácticamente ilimitadas.

Estas 2 escalas armónicas se utilizan independientemente para generar cuadrículas en diseño estático, o bien se usan combinadamente produciendo tramas dinámicas bi-escalares (fig. 1b). Por lo tanto este sistema modular permite componer correctamente los numerosos diseños *Ad Quadratum* y composiciones octogonales tan documentados en la arquitectura histórica, así como generar otras tramas ortogonales formadas por cuadrados, rectángulos $\sqrt{2}$ y rectángulos de plata.

Además de las aproximaciones fraccionarias a la proporción $\sqrt{2}$, conocidas y aprovechadas desde antiguo para relacionar ambas escalas (7/5, 10/7, 17/12,...), las combinaciones dinámicas permiten obtener muy buenas aproximaciones a fracciones no presentes en el sistema duodecimal (1/5, 1/7,...), y a otros valores irracionales usados en arquitectura como $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, el número de oro ó ϕ . Y lo más importante es que utilizando una simple escuadra se elimina por completo la necesidad de realizar cálculo aritmético alguno (fig. 1c).

Estas combinaciones dinámicas posibilitan igualmente aproximarse a unas dimensiones totales determinadas por otro procedimiento modular distinto. Las diferencias o restos irracionales -los “residuos” a los que se refiere Luca Pacioli en *La divina proporción* (1987:p.46)- se aprovechan constructivamente para proporcionar las holguras necesarias entre piezas, absorber el espesor de los recubrimientos, o se acumulan simétricamente en los extremos formalizando un marco liso.

Este principio de proporcionalidad se dedujo del estudio geométrico con medios digitales de un levantamiento fotogramétrico de un palacio nazarí (Roldán 2011), y ha sido corroborado por el autor tanto en el Palacio de Carlos V como en otras numerosas obras construidas desde la protohistoria (Roldán Medina 2014b). Como muestra se presentan algunos estudios de plantas centrales (fig. 2).

De comparar los resultados de distintas obras se deducen otros principios o normas comunes en la modulación de edificios. Lo más significativo es el principio de jerarquía, o reglas funcionales según el destino de la arquitectura, y que condicionan el uso de la escala $\sqrt{2}$ en la composición general de la planta (fig. 1d).

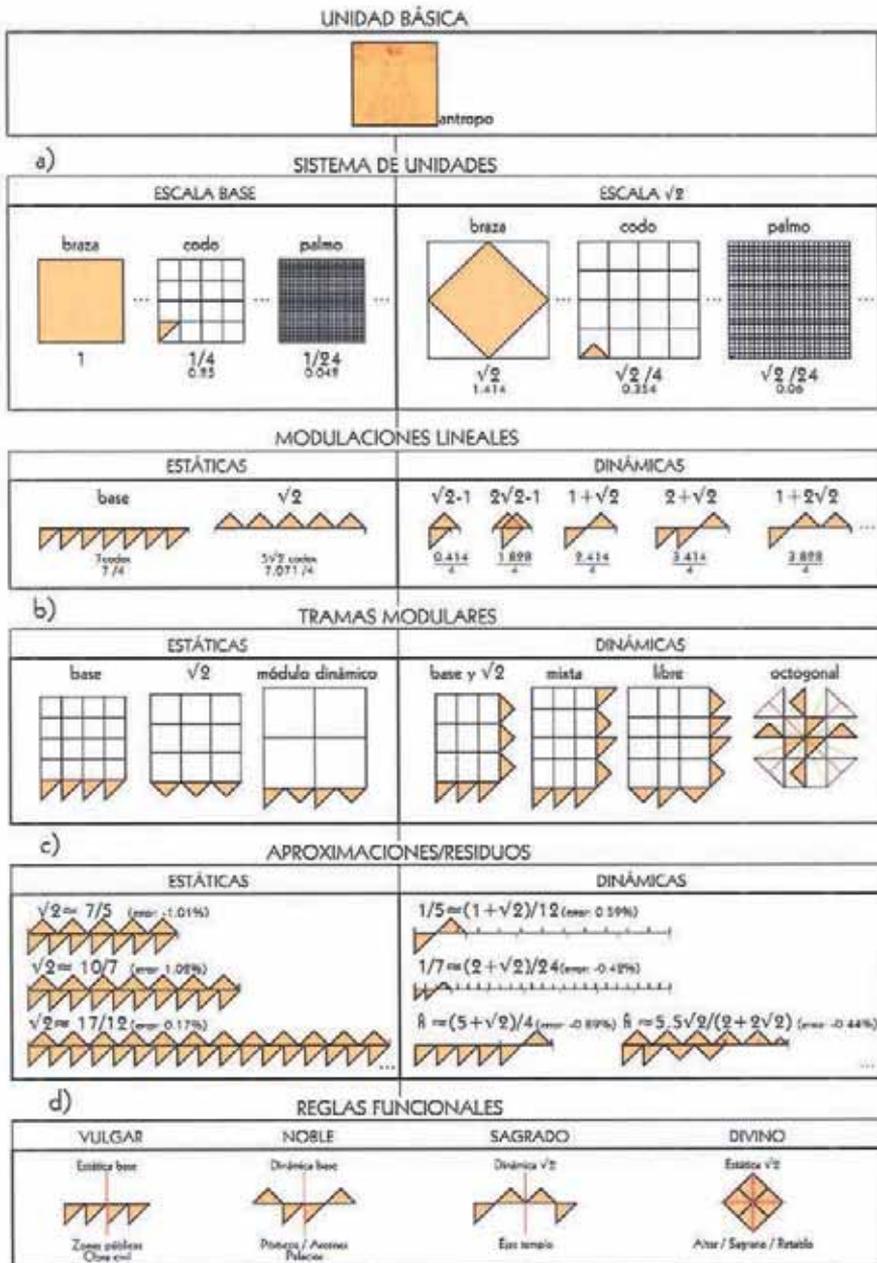


Fig. 1. Sistema modular de doble escala $\sqrt{2}$

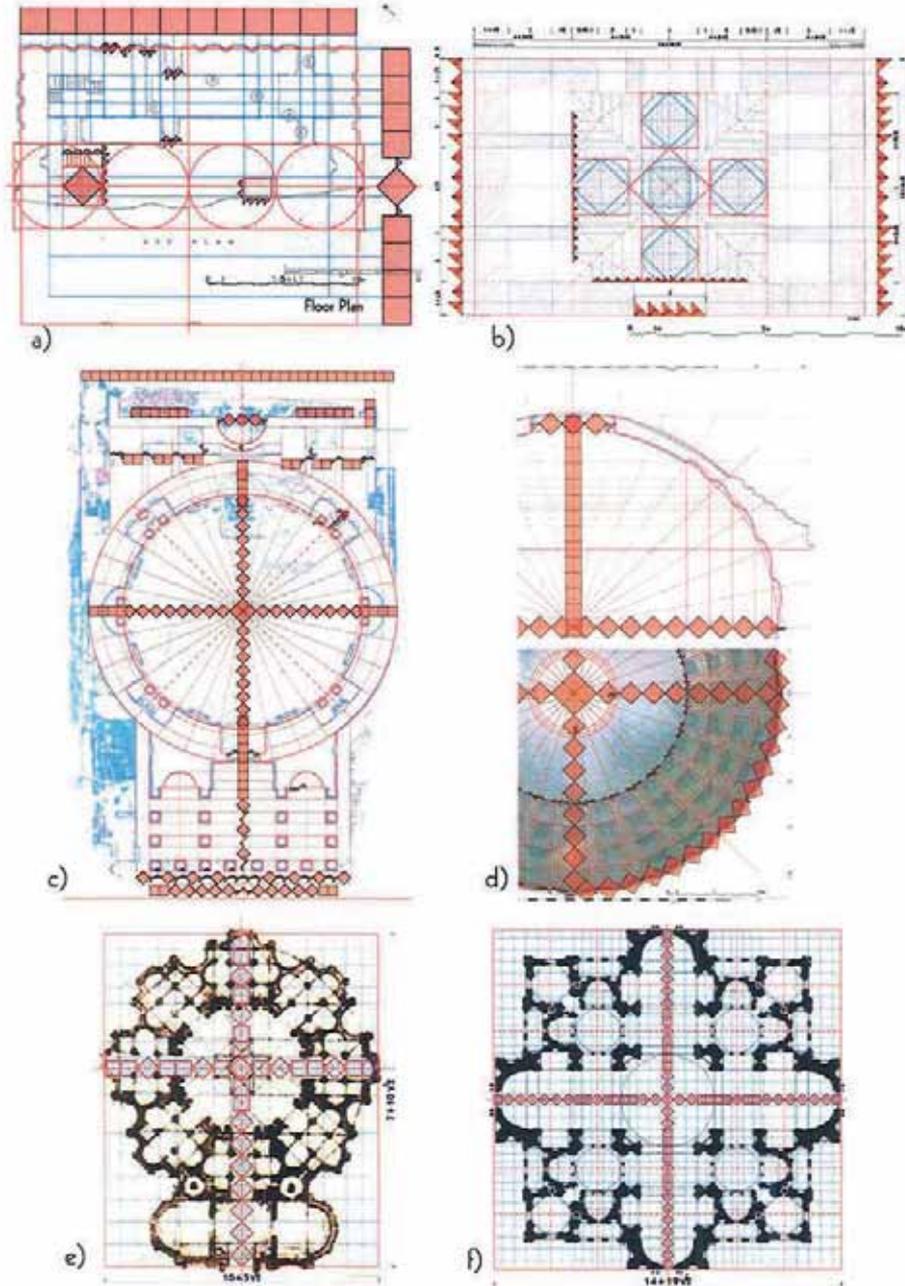


Fig. 2. Estudios antropométricos
a) Templo Pintado de Tell Uqair; b) Cuarto Real de Santo Domingo de Granada;
c) Panteón de Roma; d) Cúpula del Panteón;
e) Iglesia central de Leonardo Da Vinci; f) Planta de Bramante de San Pedro de Roma

RESULTADOS

Conocer el sistema de proporciones permite deducir con precisión el módulo con que fue construida cada obra, así como las dimensiones teóricas y tramas modulares de cada parte. Esto se realiza a partir del análisis geométrico de al menos una representación proporcional del edificio, lo que va a constituir la base métrica de referencia. En este caso se ha utilizado la planta de Francisco Prieto-Moreno (1945) disponible en <http://www.alhambra-patronato.es/ria/handle/10514/2394> (fig. 3a).

El cuadrado

Con las actuales técnicas digitales es posible analizar bases gráficas con gran precisión métrica. Utilizando un programa de diseño vectorial, en este caso Autocad, es sencillo comprobar la regularidad de las formas.

Una vez cargada la base en la aplicación se inicia el proceso de análisis. Se comienza eligiendo un módulo cuadrado de tamaño humano -una braza, una vara, un codo,...- que se ajuste a alguna dimensión significativa del objeto, como el espesor de un muro o la basa de una columna.

Así se comprueba que cierto módulo justifica diversas dimensiones de la planta del palacio mediante valores enteros (fig. 3b). Muros internos y basas 1, fachada 2, puertas 3. El radio exterior del patio se ajusta a 24 módulos enteros, y el lado de la sala cuadrada en la esquina sureste lo hace a 11. En la fachada sur el largo de su portada es 12, el de la sala de acceso es 13, el de la sala derecha 14, y el de la izquierda se ajusta a $17 \frac{1}{2}$.

Incluso el ritmo de las fachadas se adapta a unos huecos de $1 \frac{1}{2}$ de ancho separados $\frac{1}{2}$ de pilastras de $1 \frac{3}{8}$ de ancho.

Sin embargo cuando se trata de justificar racionalmente otras dimensiones presentes en la planta del palacio debemos de acudir a fracciones cada vez más pequeñas, lo que desvirtúa los resultados.

En este caso se propone utilizar el método de doble escala $\sqrt{2}$. El resto de valores debe justificarse mediante repeticiones enteras del módulo cuadrado, mediante sus combinaciones dinámicas con módulos girados 45° ($\sqrt{2}$), o exclusivamente con módulos girados (fig. 3c).

Las combinaciones dinámicas de módulos antropométricos se cuantifican en binomios del tipo $(a \pm b\sqrt{2})$, siendo a y b números enteros. De esta manera se “mide” que el ancho de crujía es siempre $3+4\sqrt{2}$, y por simetría el lado del cuadrado exterior del edificio alcanza $60+8\sqrt{2}$.

Por su parte la portada oeste se diseña dinámicamente hasta alcanzar un ancho total de $14+4\sqrt{2}$ con la siguiente composición:

$$3 + 2 + 2\sqrt{2} + 4 + 2\sqrt{2} + 2 + 3$$

Se cumpliría el principio de jerarquía observado en los palacios de dimensionar los ejes con módulos rectos flanqueados de otros girados. Constituye signo de nobleza.

El ancho del acceso norte es $4+\sqrt{2}$. El del óvalo del acceso este es $1+4\sqrt{2}$, y sus centros se separan $1+\sqrt{2}$.

El octógono

La base geométrica del sistema de doble escala $\sqrt{2}$ es el octógono, por lo que presenta gran versatilidad para generar formas derivadas de su división canónica en polígonos cordobeses.

La capilla octogonal en la esquina noreste del palacio aprovecha sin duda esta capacidad (Fig. 3d). Así el lado del octógono interior se ajusta a $4+2\sqrt{2}$, y por lo tanto el ancho interior es $8+6\sqrt{2}$. El espesor de los muros es $2\sqrt{2}$, al igual que el ancho de los huecos. El ancho del octógono exterior alcanza los $8+10\sqrt{2}$.

Se cumpliría este mismo principio de jerarquía observado en los templos, pues dimensiona sus espacios centrales mediante módulos $\sqrt{2}$.

El círculo

El ancho interior de la galería del patio coincide con $4\sqrt{2}$, luego con el módulo de las basas como ancho del pórtico produce un radio interior del patio de $23-4\sqrt{2}$ (fig. 3e).

Los 24 módulos del radio del patio se pueden aproximar a $17\sqrt{2}$ cometiendo un error mínimo (-0.17%), luego el radio interior también se puede justificar con $13\sqrt{2}-1$. Se detecta que los centros de columnas se distancian entre sí aproximadamente $2\frac{1}{2}$ módulos $\sqrt{2}$, con un error del 1%. Esto podría tratarse de una coincidencia, dado que las 32 columnas se distribuyen homogéneamente y sus centros se pueden determinar por trazado geométrico mediante sucesivas divisiones binarias del círculo. No obstante se resalta que en el análisis antropométrico de la cúpula del Panteón de Roma (Fig. 2d) también coincide la longitud de las divisiones con módulos enteros. En este templo un radio de 9 permite dividir cada cuadrante en 7 partes de 2 de longitud, con similar error y utilizando también módulos $\sqrt{2}$.

En ambos casos podría tratarse de aproximaciones al número π utilizadas en el diseño arquitectónico para facilitar el control métrico durante el proceso de construcción.

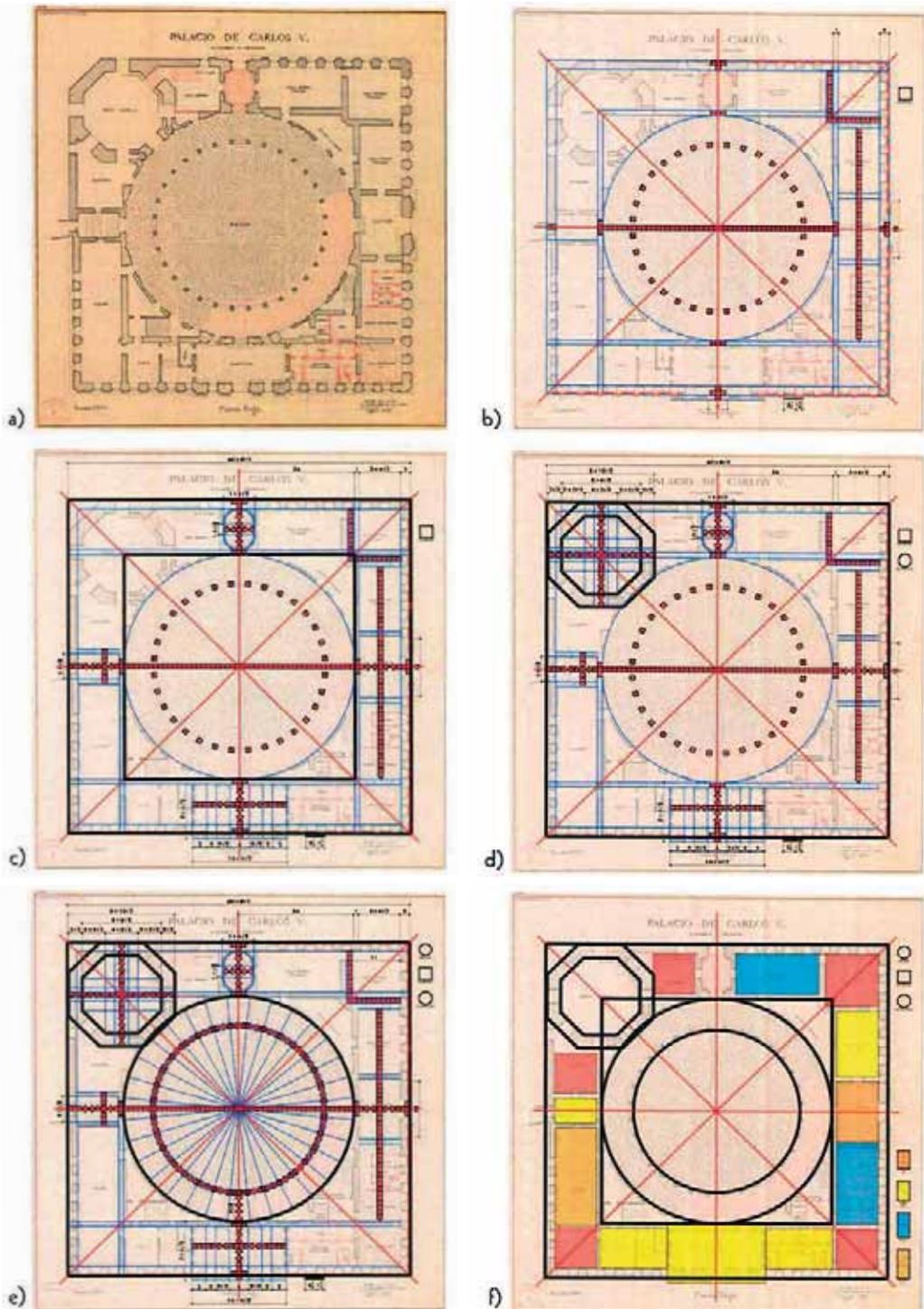


Fig 3. Proceso de análisis

Las proporciones notables

Una vez determinadas las modulaciones que definen las formas básicas del palacio (círculos, cuadrados y octógonos) se analizan las proporciones producidas en los distintos espacios rectangulares de las salas (fig. 3f).

Se detecta que con el ancho fijo de la crujía ($3+4\sqrt{2}$) se genera en el acceso norte un rectángulo áureo al combinarse con el ámbito de $4+1\sqrt{2}$, con un error algo mayor al 1%. En el caso de la sala a la derecha del acceso sur, y de las dos laterales en el acceso oeste, sus 14 módulos de largo por el ancho de crujía generan respectivos rectángulos áureos, en este caso con mucha mayor precisión (error del -0.05%).

También el cuerpo de acceso oeste presenta esta proporción incluyendo ancho de muros y portada, por lo que esta crujía se compondría de 3 rectángulos áureos, más los cuadrados de las esquinas.

En la crujía sur, además de la citada sala derecha en proporción áurea, la sala de acceso presenta un rectángulo aproximado a la proporción sesquialterna (3:2), y la sala izquierda incluido muro alcanza la proporción 2:1. Esta misma proporción dupla se da en la sala izquierda del acceso este.

Por último la alargada sala a la derecha del acceso norte se aproxima bastante a un rectángulo de plata. ($1+\sqrt{2}$)

El valor del módulo

Hasta ahora el proceso de análisis antropométrico se limita a establecer relaciones proporcionales entre las partes según el módulo elegido, por lo que no es necesario trabajar a escala de la obra construida sino con la representación proporcional o base métrica. Por ello es posible utilizar planimetrías sin escala gráfica, incluso simples fotografías frontales u ortoproyectadas, para deducir la totalidad de la trama modular de una obra.

No obstante, si se pretende conocer el valor métrico que adopta la modulación deducida de la representación proporcional, es necesario ajustarla al tamaño real de la obra.

En este caso la planta utilizada carece de escala gráfica o marcas de referencia que nos permitan realizar tal ajuste con precisión. El tamaño conocido del documento (79 x 76 cm) y la indicación de escala 1:100 han servido para determinar la métrica, por lo que los valores obtenidos son aproximados (fig. 4).

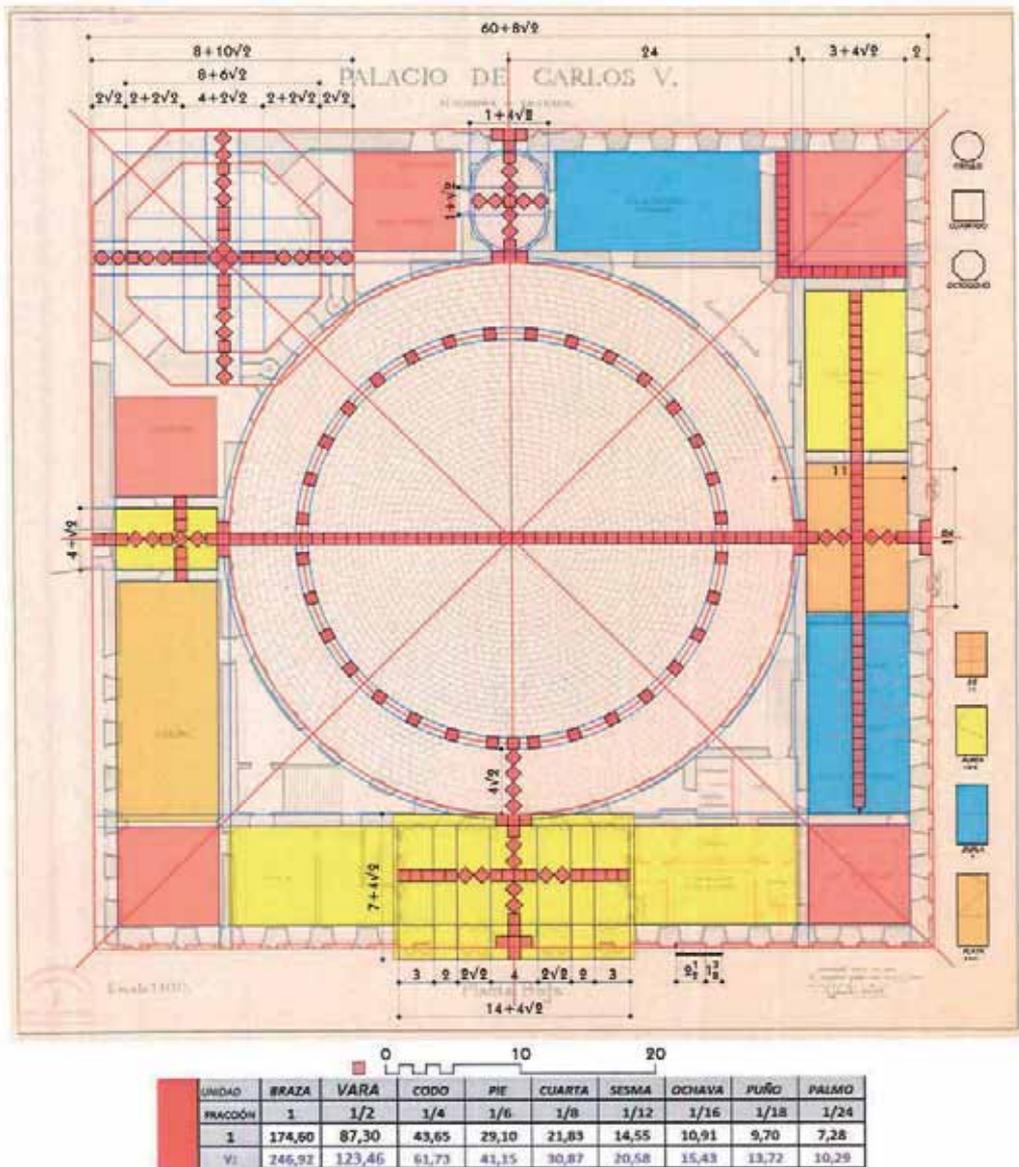


Figura 4. Planta antropométrica del Palacio de Carlos V

El módulo utilizado sobre la planta del palacio presenta un lado de 87,3 cm, que correspondería a una vara mayor que la oficial castellana o “de Burgos”, de 83,59 cm. El módulo antropométrico básico, la braza o altura del hombre, alcanza 174,6 cm. Su pie proporcional es de 29,1 cm, lo que se aproxima más al romano capitolino de 29,57 cm.

DISCUSIÓN

Numerosos autores han utilizado las formas octogonales y la $\sqrt{2}$ como premisa de sus propuestas sobre la proporción en arquitectura, aunque no sea ésta la teoría más conocida. En ciertas ocasiones se han combinado con otras bases geométricas, lo que complica su desarrollo y cuestiona su aplicabilidad práctica. En este sentido es de destacar la intuición de Jay Hambidge (1920) con su teoría de “simetría dinámica”. Sin embargo no han sido creíbles las tesis de que los antiguos tuvieran los conocimientos matemáticos para usar varias bases geométricas.

Comenta Moya (1993:494-5) que la propuesta de Hambidge presenta dos dificultades. Una es aceptar la hipótesis de construir rectángulos de proporciones muy variadas, adosando dos de ellos por sus lados largos, o por uno largo con un corto, o por los dos cortos. Otra el empleo constante de números irracionales, que hubiera dificultado en sumo grado la determinación de las medidas reales de cada pieza.

No obstante las dificultades de utilizar rectángulos (o triángulos) de proporciones irracionales se reducen enormemente si solamente se usa uno. Y si la única proporción utilizada es la armónica $\sqrt{2}$ se facilitan las divisiones binarias y el cálculo de áreas, aumentando significativamente los tamaños y diseños geométricos disponibles. La dificultad del manejo de los valores irracionales se elimina precisamente adosando lados largos y cortos, y operando con binomios de números enteros y bajos.

Realmente esta cuestión ya fue resuelta por Enrique Nuere (1985) para los diseños de lazo y cubiertas de madera. Mediante cartabones específicos se pueden controlar, una por una, todas las bases geométricas. Y aunque Nuere a nivel de cuantificación se haga eco de las recetas racionalistas y simplificadas del tratado de Diego López de Arenas, sus investigaciones revelan la capacidad de controlar dimensionalmente estas geometrías irracionales adosando lados largos (cabezas) y cortos (colas) de los correspondientes cartabones.

Otros investigadores han propuesto la proporción $\sqrt{2}$ de forma exclusiva. Sin embargo unas veces han recurrido a la premisa racional de escala única para justificar sus resultados métricos, y en otras ocasiones se han limitado a superponer uno o varios rígidos diagramas geométricos, renunciando a utilizar composiciones dinámicas libres y a proporcionar relaciones aritméticas.

Debe el lector considerar que la mayor parte de éstas, y del resto de propuestas que se han realizado sobre la cuestión, se han basado en técnicas artesanales de levantamientos de edificios. Sus frecuentes errores se ampliaban en el estudio geométrico sobre planimetrías a escala (a veces sobre simples croquis), lo que ha sido el principal motivo de crítica científica.

El utilizar bases métricas de las obras para el análisis geométrico y modular, con la precisión que permite la tecnología digital actual, parece la respuesta más científica para abordar la cuestión en el siglo XXI, y es la metodología que aquí se ha adoptado.

Habrá quien opine que los levantamientos deberían ser propios, asumiendo los errores que pudiera tener. También se ha sugerido que este tipo de estudios, tras tantas y complicadas propuestas, se deben basar en un conocimiento erudito de la obra, sus fuentes e historiografía. Otros autores opinan que existen muchas proporciones auténticas, correctas y satisfactorias, por lo que no se pueden extrapolar los resultados de una obra a otra. Incluso pudo alcanzarse la misma solución en distintos focos de forma independiente. Además los errores de construcción, la deformación, el desgaste, las reformas, y otra serie de factores, impedirían en cualquier caso deducir el módulo inicial de una obra.

Sin embargo los resultados obtenidos en esta investigación apuntan en otra sorprendente dirección. La aparente validez universal del sistema de doble escala $\sqrt{2}$ en el dimensionado arquitectónico vuelve a cumplirse ejemplarmente en la planta circular del Palacio de Carlos V.

CONCLUSIONES

El círculo predominante en la composición del Palacio de Carlos V representa la idea clásica de lo sagrado y lo irracional, frente a la racionalidad humana del cuadrado que lo enmarca y rodea. Su conciliación mediante el octógono es aplicable también al sistema de proporciones “clásico”, y por ello se puede reconstruir la geometría y la métrica de las obras diseñadas y ejecutadas mediante el antiguo sistema antropométrico.

En esta ocasión queda patente de nuevo la búsqueda de proporciones clásicas y aproximaciones operativas en este notable ejemplo de arquitectura renacentista, en donde hasta la métrica es “romana”.

REFERENCIAS

CAPITEL, A. (1998). “Tafari y Granada. Machuca, Romano y Peruzzi”, *Circo*, 49.

CASADO DE AMEZÚA VÁZQUEZ, J. (2012). *Las casas reales de la alhambra: Geometría y espacio: Una aproximación al proceso de formación del espacio*. Granada: Universidad de Granada.

ESCALONA MOLINA, M. (2009). *Estadal: Una aproximación al universo de la mensura* Junta de Andalucía, Servicio de Publicaciones y Divulgación.

EVERS, B., & THOENES, C. (2011). *Teoría de la arquitectura: Del renacimiento a la actualidad: 89 artículos sobre 117 tratados* (Biblioteca de Arte de los Museos Nacionales de Berlín; ed.). Koln: Taschen.

FERNÁNDEZ GÓMEZ, M. (1999). *La teoría clásica de la arquitectura: Clasicismo y renacimiento*. Valencia: Universidad Politécnica de Valencia,

GONZÁLEZ RAPOSO, M. D. S. (1998). *Introducción a la metrología histórica*. Universidade da Coruña.

HAMBIDGE, J. (1920). *Dynamic symmetry: The greek vase*. Yale: Yale U.P.

KLEIN, H. A. (1974). *The world of measurements: Masterpieces, mysteries and muddles of metrology*. Simon and Schuster.

MICHELL, J. (1981). *Ancient metrology*. Bristol: Pentacle Books.

MOYA BLANCO, L. (1981). Relación de diversas hipótesis sobre las proporciones del partenón. *Academia: Boletín de la Real Academia de Bellas Artes de San Fernando*, (52), 25-156.

NUERE MATAUCO, E. (1985). *La carpintería de lo blanco: Lectura dibujada del primer manuscrito de Diego López de Arenas*. Madrid: Ministerio de Cultura.

PACIOLI, L. (1987). *La divina proporción*. Torrejón de Ardoz: Akal.

PRIETO MORENO, F. (1941). “La conservación de la Alhambra”, *Revista Nacional de Arquitectura*, 3.

ROLDÁN MEDINA, F. J. (2014a). *Principios de metrología en la arquitectura del pasado*. Universidad de Granada.

- ROLDÁN MEDINA, F. (2014b). El origen de la proporción en la arquitectura clásica...y su futuro. En D. Arredondo, J. Calatrava, A. Cid y F. García Pérez (Ed.), *De la casa al territorio. Jornadas de investigación en arquitectura* (pp. 275-286). Editorial Universidad de Granada.
- ROLDÁN, F. (2011). *La escuadra sagrada*. Madrid: Bubok Publishing S.L.
- RUIZ DE LA ROSA, J. A. (1987). *Traza y simetría de la arquitectura: En la antigüedad y medievo*. Sevilla : Universidad de Sevilla.
- SUÁREZ JIMÉNEZ, C. M. (2009). *Métrica en arquitectura*. Universidad Iberoamericana.
- TAFURI, M. (1988). “El Palacio de Carlos V en Granada: arquitectura ‘a lo romano’ e iconografía imperial”, *Cuadernos de la Alhambra*, 24, pp. 77-108.
- TORRES BALBÁS, L. (1941). “El museo arqueológico de la Alhambra”, *Al-Andalus*, Vol. IX, 1 pp. 70-75.
- VÍLCHEZ, C. (1988). La Alhambra de Leopoldo Torres Balbás (obras de restauración y conservación 1923-1936). Granada.
- VILLAFRANCA, M. M. (1991). “La reutilización de una arquitectura histórica: el palacio de Carlos V como contenedor de obras de arte”, *Cuadernos de la Alhambra*, 27, pp. 245-251.
- VITRUBIO POLIÓN, M. (2007). *Los diez libros de arquitectura*. Madrid: Akal.
- WITTKOWER, R. (1968). *La arquitectura en la edad del humanismo*. Buenos Aires: Nueva Visión.