



TÍTULO

EL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UN PROFESOR DE PRIMARIA CUANDO ENSEÑA LA RESTA UTILIZANDO ALGORITMOS ABIERTOS BASADOS EN NÚMEROS

AUTORA

Mercedes Alberca Bonilla

Esta edición electrónica ha sido realizada en 2021

Tutor	Dr. D. Luis Carlos Contreras González
Instituciones	Universidad Internacional de Andalucía ; Universidad de Huelva
Curso	<i>Máster Oficial en Investigación en la Enseñanza y el Aprendizaje de las Ciencias Experimentales, Sociales y Matemáticas (2019/20)</i>
©	Mercedes Alberca Bonilla
©	De esta edición: Universidad Internacional de Andalucía
Fecha documento	2020



**Atribución-NoComercial-SinDerivadas
4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0)**

Para más información:

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.es>

<https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/deed.en>

EL CONOCIMIENTO ESPECIALIZADO DE UN PROFESOR DE PRIMARIA CUANDO ENSEÑA LA RESTA UTILIZANDO ALGORÍTMOS ABIERTOS BASADOS EN NÚMEROS

Resumen

Esta investigación se centra en comprender el conocimiento especializado que posee un profesor de matemáticas en relación con la resta, en cuyo proceso de enseñanza emplea Algoritmos Abiertos Basados en Números (método ABN), usando Mathematics Teachers' Specialized Knowledge (MTSK) para su análisis. Para ello se ha realizado un estudio de caso de un maestro de un segundo de Primaria de un Colegio Concertado de Huelva. De las transcripciones de las grabaciones de clase se han recogido cuatro actividades en las que se trabaja la resta en las que el análisis ha revelado evidencias e indicios que muestran que el docente posee un conocimiento especializado en dos subdominios del conocimiento del contenido y otros dos del conocimiento didáctico del contenido, que nos permiten conjeturar una relación entre esos conocimientos y la formación del profesor en el método ABN.

Abstract

This research focuses on understanding the specialized knowledge that a mathematical teacher has in relation with the subtraction whose process of teaching uses Open Algorithm Based On Numbers (ABN method) using Mathematical Teacher's Specialized Knowledge (MTSK) for their analysis. Therefore, it has carried out a case study about a second primary teacher's from Concerted School in Huelva. On the other hand, the transcripts of the class recordings have collected in four activities which it works with the subtraction and the analysis reveal evidences and indications that they prove that the teacher has specialized knowledge in two subdomains about knowledge of contents and others two about educational knowledge of contents that they allow conjecture a relation between those knowledge and the teacher education in the ABN method.

Palabras clave

Educación Primaria, Resta, Conocimiento Especializado, Algoritmos Abiertos Basados en Números, Estudio de Caso.

Keywords

Primary education, subtraction, specialized knowledge, Open Algorithm Based On Numbers, case study.

INTRODUCCIÓN

Ante las dificultades detectadas en los alumnos/as, a lo largo del tiempo, en relación con el cálculo, parece necesario un cambio en la enseñanza del mismo más allá de métodos repetitivos y poco significativos; cambios que supongan la implantación de nuevas estrategias y técnicas. Quizás por ello han surgido nuevos métodos de enseñanza, como es el Algoritmo Abierto Basado en Números (ABN), que ofrecen una diversidad en la forma de proceder en el cálculo y multitud de técnicas que se basan en las necesidades del alumnado (Bracho-López, 2013).

Aunque ABN es reciente, los fundamentos de las técnicas que este método ofrece ya fueron expuestos por otros autores (Castro, Rico, Castro, 1987; Maza, 1991), que resaltaron la importancia del Sistema Numérico Decimal y del uso de estrategias que facilitasen el cálculo. Sea cual sea el nombre de estas técnicas parece evidente que el conocimiento de las mismas por parte del profesor se hace fundamental para que la enseñanza de la resta se lleve a cabo adecuadamente.

A estas razones se une mi interés personal por trabajar con ABN ya que me he familiarizado con este método en las prácticas de mi carrera y me gustaría ir más allá de la propia apreciación del mismo. Por ello, en esta investigación se va a estudiar el conocimiento de un docente que ya mostró su interés por colaborar con la Universidad de Huelva, en la realización de investigaciones que pusiesen en relevancia las potencialidades y problemáticas que ofrece el método ABN en el ámbito de la enseñanza de las matemáticas. Además, se le puede considerar como profesor con experiencia dados los años que lleva utilizando ABN en sus clases y su asistencia frecuente a encuentros en los que se debate su uso.

Por consiguiente, las preguntas de investigación que me planteo son las siguientes:

- ¿Qué conocimiento especializado muestra un profesor de Primaria cuando enseña la resta en segundo curso?
- ¿Cuáles de esos conocimientos pueden estar relacionados con su formación en ABN?

En relación a tales preguntas, los objetivos de esta investigación son los siguientes: (a) identificar los distintos conocimientos especializados que el profesor pone en juego cuando trabaja la resta con sus estudiantes y (b) identificar cuáles de esos conocimientos tienen relación con su formación con ABN.

FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Esta investigación toma como fundamentos teóricos MTSK (conocimiento especializado del profesor de matemáticas) y el método ABN (Algoritmos Abiertos Basados en Números). En cuanto a este segundo, consideramos sus principios y la justificación de su aparición (sus antecedentes). De los contenidos que reformula el método ABN se incluyen las técnicas utilizadas para la resta, pues este será el contenido que se tomará como base para saber el conocimiento especializado que posee un docente. El otro pilar de este trabajo se centra en el conocimiento del profesor. Para el análisis de tal contenido y como fundamentación teórica se ha incluido el MTSK que nos proporciona un instrumento de análisis para el conocimiento especializado.

1. ANTECEDENTES DE ABN

Ha habido una gran evolución en las necesidades que presenta el alumnado de los centros escolares. Ante las mismas, surge la necesidad de una transformación metodológica que dé respuesta a los intereses de los discentes. Concretamente, y en lo que a las matemáticas se refiere, hace ya casi medio siglo que Ablewhite y Paret (1971) cuestionaron la eficacia de los métodos de enseñanza del cálculo aritmético escolar tras observar los numerosos problemas que el alumnado presentaba con el uso mecánico de sus algoritmos.

Según Bracho-López, Gallego- Espejo, Adamuz-Povedano y Jiménez-Fanjul (2014), las evoluciones en la enseñanza de las matemáticas son necesarias. Muchos de los cambios paulatinos que se han dado evidenciaban la necesidad de cambios más profundos que saldaran los problemas que caracterizan esta forma de enseñar, debido a la irracionalidad de aprendizaje memorístico y sin comprensión de sus algoritmos.

De estas dificultades que presentan los métodos tradicionales de cálculo (basados en algoritmos comprimidos) y de las necesidades que aún quedaban por resolver en el alumnado, surge, entre otros métodos, el Algoritmo Abierto Basado en Números, este tratará de aproximarse a las necesidades actuales de los colegios (Martínez, 2011).

2. ALGORÍTMOS ABIERTOS BASADOS EN NÚMEROS (ABN)

En el año 2000 nace una alternativa a los algoritmos convencionales, creada por Jaime Martínez, los Algoritmos Abiertos Basados en Números (ABN, en adelante). Desde su creación, este autor realiza modificaciones que van perfeccionando el método siendo en el año 2010 cuando publica su método definitivo, haciendo explícita la forma de incluirlo en clase (Martínez, 2011).

Según Martínez (2011), el objetivo fundamental del ABN es poner el foco de atención en los números (en la estructura del Sistema de Numeración Decimal; en adelante, SND) y no en los algoritmos, realizando cálculos más abiertos (y comprensibles) siendo el/la estudiante quien elige los pasos que necesita dar para resolverlo¹. Gracias al desarrollo del método, se facilitaría, en consecuencia, la mejora en varios ámbitos: cálculo mental, resolución de problemas y actitud del alumnado ante el aprendizaje matemático.

No se pone el énfasis en las operaciones con simples cifras, sino que se dota de un contexto trabajando, en su lugar, con problemas contextualizados, cobrando importancia, de esta forma, como se ha señalado, el SND (Bracho-López, Adamuz-Povedano, Gallego-Espejo y Jiménez-Fanjul, 2014). Además, según Bracho- López et al., (2014), trabajar con números (con el SND) lleva consigo dotar a las cifras de un tratamiento distintivo en función de su valor relativo (según se trate de unidades, decenas o centenas), y no solo de su valor absoluto, como de forma mecánica sucede con los algoritmos convencionales. Así, y en relación con la contextualización, ABN propone trabajar con materiales manipulables (palillos, monedas de cartón...) (Canto, 2014).

Hay una gran diferencia del método tradicional o Cálculo Basado en Cifras (CBC, en adelante) en cuanto a las operaciones que se realizan. La resta en ABN, según Martínez (2018), se puede llevar a cabo mediante cuatro formas diferentes, la elección dependerá de lo que el alumnado necesite realizar (ver tabla 1). Además, en ella no existen las llevadas, ni los ceros. Así, no implica “quedarse en la cabeza” con ningún dato estando todos los pasos presentes en el cálculo realizado (Martínez, 2018).

¹ Al más puro estilo del cálculo mental.

RESTA	
Detracción	Consiste en ir quitando la misma cuantía de las dos cantidades con las que se trabaja hasta que una de ellas llega a cero.
Comparación	Permite señalar cuál de las cantidades dadas es mayor y cuál es menor.
Escalera ascendente	Se representa la rejilla con dos columnas, en la segunda parte aparece la cantidad que se quiere llegar (cantidad deseada), y es en la primera columna donde tienen que ir sumando hasta que lleguen a esa cantidad.
Escalera descendente	Cambio de sentido de la operación anterior, es decir, se busca hacer una cantidad más pequeña.

Tabla 1: Síntesis del proceso de resta en ABN (adaptado de Martínez, 2011)

La diferencia de ABN respecto al CBC es que, como se ha señalado anteriormente, es que es el alumno/a quien decide el orden realizando los pasos que estime convenientes para su resolución (Martínez, 2011).

ABN podría considerarse un procedimiento para la realización de cálculos con significado, frente al cálculo mecánico sin significado que suele caracterizar al CBC. Su conocimiento por parte del profesor implica su comprensión, el conocimiento de las propiedades que fundamentan el cálculo y cabe pensar que conllevaría a un uso comprensivo por parte de su alumnado. Por otro lado, también podría considerarse un recurso. En ambos casos estamos ante dos elementos del conocimiento del profesor desde la perspectiva que expondremos a continuación.

3. EL CONOCIMIENTO DEL PROFESOR

El conocimiento del profesor, para Climent (2005), es el conjunto de saberes que un profesor tiene y que lleva a la práctica como docente. Este es fruto de su formación, tanto en su etapa inicial, como en la formación permanente. Además, el conocimiento profesional viene dado, tanto de la teoría, como de la práctica docente y está íntimamente ligado con el contenido de la materia objeto de enseñanza (en este caso conocimiento del profesor en matemáticas).

Además, para Climent, Escudero-Ávila, Rojas, Carrillo, Muñoz-Catalán y Sosa (2014), el conocimiento del profesor posee seis características fundamentales. La primera de ellas su *carácter personal*, se caracteriza por ser propio y único de un individuo y, por tanto,

difiere del de otro docente. También se desarrolla y está *ligado con contextos particulares*, por tanto, está contextualizado. Posee un *carácter integrador y complejo*: el conocimiento forma parte de un sistema cuyos elementos son difíciles de aislar. Es *práctico*, pues está enfocado hacia la práctica docente y se mejora, aumenta o modifica en la misma; esta modificación es producto de la reflexión crítica del docente sobre su propia práctica. Es *dinámico*, es decir, está en continua evolución y permite ser modificado. Por último, *es parcialmente tácito* pues se desarrolla y expone en la práctica.

En las últimas décadas ha cobrado interés comprender qué conocimiento posee un profesor acerca de un contenido. En la literatura de la investigación no fue hasta Shulman (1986) cuando se hizo explícita la falta de investigación existente en este ámbito. Shulman acuña el concepto de Conocimiento Didáctico del Contenido como un paradigma olvidado hasta ese momento. El denominado Pedagogical Content Knowledge (PCK, traducido como conocimiento didáctico del contenido) es de gran importancia pues constituiría el conjunto de saberes que un profesor posee para su enseñanza, es una amalgama de la didáctica y el contenido a enseñar que hace que un profesor sea capaz de adaptar un contenido para hacerlo comprensible y según los interés y capacidades de los alumnos/as (Shulman, 1986; Shulman, 1987). Por ello Shulman (1986) transforma la frase de Bernard Shaw en la que parece desprestigiarse la labor docente (“quien sabe hace, quien no, enseña”, p.4) y la transforma en “quien sabe hace, quien comprende, enseña” (p.5), enfatizando la comprensión del contenido como clave para su transformación.

4. MATHEMATICS TEACHERS SPECIALISED KNOWLEDGE (MTSK)

Aunque Shulman (1986) ya mencionó la importancia del conocimiento didáctico del contenido, no creó ningún modelo de análisis para el mismo, siendo Ball, Thames y Phelps (2008) los pioneros en proporcionar un modelo analítico.

En este estudio se empleará el Mathematics Teachers’ Specialised Knowledge (MTSK) al ser un modelo de análisis que permite estudiar el conocimiento especializado del profesor que posee para la enseñanza de las matemáticas (Carrillo, Contreras y Montes, 2013). Ha surgido en la Universidad de Huelva y busca mejorar y dar respuesta a las dificultades que ofrece el anterior modelo desarrollado por Ball, Thames y Phelps (2008), el MKT (Mathematical Knowledge for Teaching), especialmente en su relación con el Conocimiento Especializado (conocimiento que es único de los profesores y que va más allá del conocimiento común) y el Conocimiento Común (conocimiento que necesita un

docente para resolver problemas que presentan los alumnos/as pero que no es único de su profesión). El MTSK ofrece un modelo que es especializado en su conjunto (Carrillo, Climent, Contreras y Muñoz Catalán, 2013).



Ilustración 1: subdominios del MTSK (Carrillo et al, 2013).

Dentro de este modelo, además del dominio de las creencias, como un elemento que influye en el conocimiento del profesor y, por tanto, en cada uno de los subdominios presentes en el modelo (Carrillo et al., 2013), hay dos dominios de conocimiento: el Conocimiento Matemático (MK) y el Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK). Según Carrillo, et al. (2013) se trata de dos aspectos que Shulman (1986) ya abordó y que quedan recogidos en este modelo con indicadores precisos para su análisis.

El Conocimiento Matemático (MK) se divide, a su vez, en tres subdominios con sus correspondientes categorías asociadas a cada uno que facilitarían su análisis (Carrillo et al., 2013; Aguilar, 2013):

- Conocimiento de los Temas (KoT): aborda el conocimiento del contenido matemático que un profesor posee teniendo un dominio sobre el mismo superior al de los alumnos, por lo que se trata de un conocimiento especializado. Incluye

un conocimiento profundo sobre los significados, definiciones, propiedades o ejemplos del tema a tratar. En él encontramos cuatro categorías que servirían para analizarlos elementos que encontramos en el mismo: *Definiciones, Propiedades y Sus Fundamentos; Procedimientos; Registros de Representación y Fenomenología y Aplicaciones.*

- Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM): se trata de los lazos de conexión que un profesor/a establece entre dos contenidos, dichas relaciones pueden ser, según sus categorías: *Conexiones de Complejización; Conexiones de Simplificación; Conexiones Transversales y Conexiones Auxiliares.*
- Conocimiento de la Práctica Matemática (KPM): se trata del conocimiento de los procedimientos que llevarían a construir o validar un resultado matemático, así como el conocimiento de la forma de comunicar matemáticas. En este subdominio aún no existen categorías, pero si hay aceptadas una serie de condiciones que se encuadrarían dentro del mismo como pueden ser las formas de validación y demostración.

En el Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK) se encuentran los siguientes subdominios (Carrillo et al.,2013; Aguilar, 2013):

- Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT): en él se engloba el conocimiento que debe tener un profesor sobre los diferentes recursos, ejemplos, materiales en relación con un contenido matemático y la adecuación del uso de los mismos en la enseñanza. En este subdominio encontramos tres categorías: *Teorías Sobre Enseñanza; Recursos Materiales y Virtuales y Estrategias, Técnicas, Tareas y Ejemplos.*
- Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFML): se trata del conocimiento del profesor sobre las características de aprendizaje de los alumnos/as en relación a un contenido. Encontramos cuatro categorías: *Teorías sobre Aprendizaje; Fortalezas y Dificultades; Formas de Interacción con un Contenido Matemático e Intereses y Expectativas.*
- Conocimiento de los Estándares de Aprendizaje de las Matemáticas (KMLS): se trata de conocer lo que indican los distintos elementos curriculares en relación a los logros de aprendizaje que un alumno/a debe alcanzar en un nivel determinado, también implica el conocimiento sobre lo que las investigaciones en educación matemática indican al respecto. Para analizar este conocimiento se subdivide en

tres categorías: *Expectativas de Aprendizaje; Nivel de Desarrollo Conceptual o Procedimental Esperado y Secuenciación con los Temas Anteriores y Posteriores.*

Por tanto, el presente método (MTSK) es un instrumento de análisis que sirve para conocer y profundizar sobre el conocimiento que posee un profesor en un contenido matemático específico. Este instrumento será utilizado para comprender el conocimiento que posee un docente sobre la resta y las posibles relaciones entre ese conocimiento y su vinculación con el método ABN en el sentido de su influencia en el conocimiento de tal contenido.

METODOLOGÍA

Esta investigación se sitúa en el paradigma interpretativo pues, tal y como señala Muñoz-Catalán (2009), con este paradigma se busca interpretar la realidad en su contexto, en este caso, se pretende comprender el conocimiento especializado que despliega un docente en su aula al enseñar la sustracción. Además, se trata de un estudio con enfoque cualitativo pues en él se emplean grabaciones o entrevistas que permiten obtener una visión interpretativa y naturalista de la realidad (Denzin y Lincoln, 2000, citado en Muñoz-Catalán, 2009).

En cuanto al método empleado ha sido el estudio de caso, que Bassey (1999) define como el estudio de una singularidad conducida en profundidad en entornos naturales (p.47). De los tres tipos de estudio de caso que señala Stake (2000) esta investigación se encuadraría en el estudio de caso instrumental pues es el que permite comprender más profundamente un tema, a partir del estudio de un caso particular, en este caso, el de Bartolomé.

Bartolomé es un profesor que, tras sus 22 años de experiencia como docente, lleva dos años usando el método ABN en las aulas de un colegio concertado. Para lo cual ha asistido a más de doce cursos para obtener formación en este método. Además, participa activamente para el mismo con la creación de un blog donde aporta su experiencia como docente que trabaja con ABN y la elaboración de varios materiales didácticos.

Para la recogida de información se han utilizado las grabaciones de vídeo que se han llevado a cabo en los meses de enero y febrero en las sesiones de clase de matemáticas impartidas por Bartolomé en segundo de Primaria. De la transcripción literal de las mismas se han seleccionado las actividades en cuya resolución implicaba la realización de la resta.

En lo que al análisis de datos respecta, el instrumento de análisis empleado ha sido el MTSK, pues permite conocer e interpretar el conocimiento especializado que pone en juego un docente cuando enseña un contenido específico de matemáticas (la sustracción). Se trata de un instrumento que presenta diferentes subdominios y categorías que facilitarían el análisis de la información y que se lleva utilizando desde el año 2013 en diferentes trabajos de investigación, con diferentes niveles educativos y contenidos curriculares.

RESULTADOS

En este apartado se va a realizar el análisis del conocimiento especializado del profesor de cuatro actividades en las que emplea la sustracción, para ello, se resaltarán los subdominios que el docente ha puesto en juego en su proceso de enseñanza-aprendizaje de tal contenido; así como su relación de este conocimiento con la formación en el método ABN.

ACTIVIDAD 1

El docente pide a los alumnos/as que saquen unos materiales que servirán de apoyo para la comprensión de esta actividad (círculos, medios círculos y cuartos de círculo de cartulina que representan la hora, media hora y cuarto de hora respectivamente). Con ayuda de estos materiales y la rejilla (una “tabla” que facilita al alumnado la realización de las operaciones viendo de forma explícita el proceso) realizarán la operación de la resta relacionada con un problema que el docente le ha planteado: “Estoy en mi casa a las 15:30 y voy a la compra, llego a mi casa a las 17:00. ¿Cuánto tiempo pasó?”

ACTIVIDAD 2

El maestro le presenta a los discentes un problema en el que aparecen dos productos con precios diferentes, los alumnos/as deben calcular cuál es la diferencia en el precio. Este es el enunciado “El móvil vale 684 euros. El móvil es 186 euros más caro que la tablet. ¿Cuánto vale la tablet?”

ACTIVIDAD 3

El docente les presenta a los alumnos/as un problema en el que un hombre tiene una cantidad de dinero y necesita llegar hasta otra cantidad para poder comprar un producto; para resolverlo los niños/as emplean la escalera ascendente. Su enunciado es el siguiente “Tienes 4,38 euros. ¿cuánto te falta para llegar a 10?”

ACTIVIDAD 4

Bartolomé les pide a los discentes que realicen una actividad en la que se le da una cantidad de dinero (que viene representado con números decimales -2,82-), los alumnos/as deberán partir de esa cantidad para llegar a otra cuantía dada. Para explicar esta idea, dado que los alumnos/as encuentran dificultades por los decimales, el docente usa tanto colores en los diferentes números como monedas de cartón. El enunciado dice lo siguiente “Tengo 2,82 euros, ¿cuánto me falta para llegar a 10 euros?”

ANÁLISIS DE LOS RESULTADOS

En su análisis se han encontrado conocimiento en dos subdominios relacionados con el Conocimiento de las Matemáticas (MK) concretamente son Conocimiento de los Temas (KoT) y Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (KSM) y otros dos subdominios relacionados con el Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK) estos son el Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) y el Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT). A continuación, se presenta el conocimiento especializado del docente dividido en los subdominios mencionados.

- **Dominio del Conocimiento Matemático (MK)**

Análisis del Conocimiento de los Temas (KoT)

Las unidades de información encontradas se encuentran en la categoría Procedimientos. En lo que respecta a este subdominio, el docente (al que en las transcripciones denominaremos B) parece mostrar conocimiento de las características del resultado de una resta; sabe que, si a una cantidad le restas otra, el resultado es la diferencia de ambas. Además, sabe las características de resultado de la misma y su significado, este estaría relacionado con el ¿Cómo se hace? Un descriptor de la categoría de los Procedimientos. El profesor conoce la sustracción por partes.

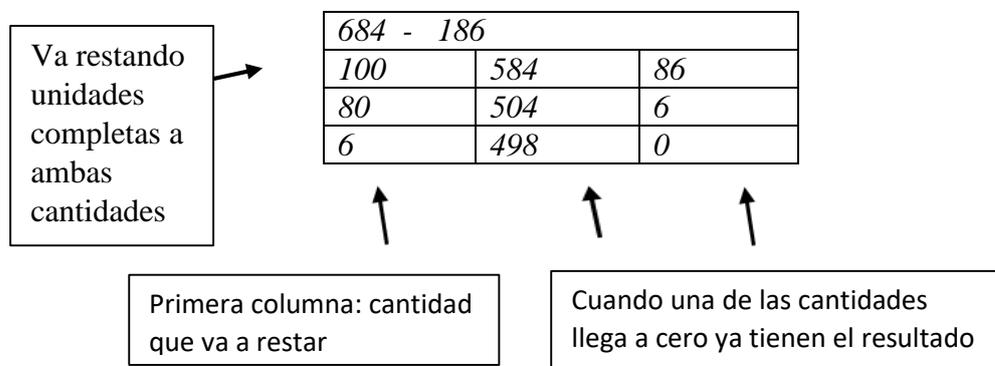
B: es una resta, a ver si yo a las 3 y media le quito las 5 me saldrá ¿qué? El tiempo que he estado fuera (A.1.2)²

[...] B: eran 684 y 186, los que tengan el cuaderno lo hacen, explicaselo J a los que están atendiendo

² Las unidades de información se han indicado de forma abreviada con una A. de actividad, un primer número que corresponde al número de la actividad explicado anteriormente y un segundo número en función de los indicios encontrados.

J³: primero le quitamos a 186 le quitamos 100 (escribe el 100 en el primer cuadrado)

B: ahí pongo 100 y eso se lo quito a los dos (A. 2.1)



En relación al procedimiento de la resta, se parte de una cantidad de forma que el alumno/a tiene que llegar a otra (contar a partir de o escalera ascendente), también se han encontrado evidencias con la realización de la resta por partes; el docente conoce cómo se hace la escalera ascendente.

B: muy bien, dos céntimos. Si yo tengo 4.38 y le añado 2 céntimos ¿a dónde llego I? (se queda pensativo) Tengo 4.38 y le añado dos céntimos llego a... (A. 3.2)

KoT		
Indicadores de análisis	Categoría	Unidad de información
Conocer las características del resultado de una resta	Procedimientos	A.1.2
Conocer el significado de la resta		A.2.1
Conocer la forma de proceder para la realización de una resta		A.3.2

Tabla 2: síntesis de conocimientos del subdominio KoT

Análisis del Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (KSM)

En lo que respecta al subdominio KSM se ha encontrado una evidencia relacionada con una Conexión de Simplificación. El docente utiliza el SND como Conexión de

³ Inicial de la intervención de un alumno/a según su nombre

Simplificación que le ayudaría a disminuir la dificultad que supone trabajar con un contenido que no es de este nivel (los decimales).

B: escuchamos que J. acaba de ser sincera y dice que no lo entiende, quizás no es la única persona que no lo entiende. Mirad yo voy a poner en rojo los céntimos y de azul los céntimos, pero de monedas doradas (de la primera rejilla que ponía de 2,82 a 10 dibuja el 8 de rojo y el 2 de azul) (A.4.2)

De 2,82€ a 10€	
0,08	2,90
0,10	3,00
7,00	10,00
Total: 7,18€	

KSM		
Indicadores de análisis	Categoría	Unidad de información
Conocer recursos de colores para el SND para disminuir la dificultad de los decimales	Conexión de simplificación	A.4.2

Tabla 3: síntesis de conocimientos del subdominio KSM

- **Dominio del Conocimiento Didáctico del Contenido (PCK)**

Análisis del Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM)

En este subdominio se han encontrado varias evidencias y varios indicios relacionados principalmente con las Fortalezas y Dificultades que presenta un contenido respecto al aprendizaje de los alumnos/as. Así como una evidencia en la Forma de Interacción con un Contenido Matemático.

Cuando el docente realiza la resta por partes, muestra conocer la dificultad que pueden tener los alumnos/as al trabajar con un contenido nuevo (las horas), por ello decide ir restando con cantidades más pequeñas.

B: atentos, y ahora ojo a lo que voy a hacer los niños en el cuaderno pongo 15:30 menos 17:00 y ahora quito una hora (escribe 1 h en el primer rectángulo de la rejilla) (A.1.3)

15:30 – 17:00		
<i>1h</i>		

En relación con el anterior y con el conocimiento de la resta, Bartolomé cada vez que procede a realizar el cálculo les pregunta a los alumnos/as para asegurarse de que entiendan el procedimiento, en este caso, parece conocer que los estudiantes tienen dificultades en el procedimiento de la sustracción; estaríamos ante un indicio sobre el conocimiento de una dificultad que se repite en varias actividades.

[...] si yo le quito una hora, si es una resta ¿qué hago J.? ¿a quién se la quito a las dos horas (a las dos cantidades) o a una? (A.1.4)

B: muy bien le ha quitado 100 a los dos, ahora ¿cuánto le quitamos?

J: 80

B: pues venga a las dos cantidades, a los dos, ¿no? Ahí pongo 80 y eso se lo quito a los dos (A.2.2)

Por último, se ha encontrado una evidencia en la que el profesor tiene conocimiento sobre la forma de interacción de los alumnos/as en lo que al cálculo se refiere, en este caso, el docente es consciente de que los niños/as tienen una estrategia personal que les facilita el cálculo (“contar a partir de”).

[...] el de la página 98 en vez de contar hasta un euro vamos a tener que llegar a 10 euros. Nos van a dar una cantidad y esa cantidad la vamos a completar con una escalera ascendente vamos a leer la primera parte lo que viene en el cuadradito verde J. ¿Qué dice? Dice llega a 10 euros con escalera ascendente que viene una camiseta. ¿Qué dice el problema?

J: tienes 4,38 euros ¿cuánto te falta para llegar a 10? (A.3.1)

[...] B: muy bien, dos céntimos. Si yo tengo 4.38 y le añado 2 céntimos ¿a dónde llego J? (se queda pensativo) Tengo 4.38 y le añado dos céntimos llego a (A.3.2)

KFLM		
Indicadores de análisis	Categoría	Unidad de información
Reconocer la facilidad de restar con cantidades más pequeñas en la iniciación de un contenido	Fortalezas y dificultades	A.1.3
Conocer la dificultades de los alumnos/as para restar en las dos cantidades		A.2.2
		A.1.4
Conocer una estrategia de cálculo que poseen los niños que les facilita su realización	Formas de interacción con un contenido matemático	A.3.1
		A.3.2

Tabla 4: síntesis de conocimientos del subdominio KFLM

Análisis del Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT)

En este subdominio es donde más evidencias se han encontrado y, concretamente, dentro de la categoría de Recursos Materiales y Virtuales.

En relación a la categoría de Teoría sobre enseñanza estaría el conocimiento de un método alternativo de cálculo (la escalera ascendente) al cálculo convencional y su uso para facilitar la enseñanza del mismo.

[...] el de la página 98 en vez de contar hasta un euro vamos a tener que llegar a 10 euros. Nos van a dar una cantidad y esa cantidad la vamos a completar con una escalera ascendente vamos a leer la primera parte lo que viene en el cuadradito verde J. ¿Qué dice? Dice llega a 10 euros con escalera ascendente que viene una camiseta. ¿Qué dice el problema?

J: tienes 4,38 euros ¿cuánto te falta para llegar a 10? (A.3.1)

[...] B: muy bien, dos céntimos. Si yo tengo 4.38 y le añado 2 céntimos ¿a dónde llego J? (se queda pensativo) Tengo 4.38 y le añado dos céntimos llego a (A.3.2)

En lo que a los Recursos materiales y virtuales respecta, el docente se apoya en diferentes recursos (principalmente materiales) en las explicaciones para facilitar el aprendizaje de la resta; por tanto, el docente no solo parece conocer estos recursos, sino que también es consciente de su efectividad para la enseñanza. Concretamente los recursos empleados son los siguientes:

- Círculos, semicírculos y cuartos de círculos de cartulina (para las horas, medias horas y cuartos de hora respectivamente).

B: bien pues ahora es el momento de coger con nuestras horas y ponemos al ladito de la pizarra todos los números 3 de las mesas de las bandejas cogéis 3 horas enteras ¿hemos cogido todo el mundo 3 horas? (dibuja al lado de la cuadrícula 3 círculos y un semicírculo) cogéis también media hora (deja tiempo para que lo saquen de la bandeja) ¿todos los grupos han cogido 3 horas y media? (pide que guarden silencio). Ahora R. ¿qué falta por poner del problema ahora? (A.1.1)

15:30		

- Monedas de cartón de euro y céntimo para las actividades de transacción.

J: ¿por qué está puesto con comas?

B: porque eso son céntimos J esos son o los de cobre o los dorados (coge una moneda de un euro de cartón y la enseña) esto es un euro, el euro va antes de la coma y de estos tengo 3 (coge en monedas 3 euros y las cuenta) uno, dos y tres. Y ahora tengo 25 (coge una moneda de 20 y una de 5, las suelta) vale yo tengo esto J (le enseña la moneda de 5) me hace falta otros 5 céntimos, si tengo 5 y 5 ¿cuánto tengo? (A.4.1)

B: 70 y 30 céntimos que tenía lo cambio por un euro (suelta la moneda de 50, las dos de 20 y la de 10 y coge una moneda de un euro juntándolas con las otras tres monedas de euro) (A.4.3)

- Colores para el Sistema Numérico Decimal

B: escuchamos que J. acaba de ser sincera y dice que no lo entiende, quizás no es la única persona que no lo entiende. Mirad yo voy a poner en rojo los céntimos y de azul los céntimos, pero de monedas doradas (de la primera rejilla que ponía de 2,82 a 10 dibuja el 8 de rojo y el 2 de azul) (A.4.2)

De 2,82€ a 10€	
0,08	2,90
0,10	3,00
7,00	10,00
Total: 7,18€	

Por último, encontramos, dentro de la categoría de Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos el conocimiento del docente de una técnica en la que le permite hacer comprender a los alumnos/as que la resta es un proceso iterativo y en su realización pueden observar lo que llevan quitado y lo que les queda.

B: eran 684 y 186, los que lo tengan el cuaderno la hacen, explícaselo J. a los que están atendiendo

J: primero le quitamos a 186 le quitamos 100 (Escribe el 100 en el primer cuadrado)

B: ahí pongo 100 y eso se lo quito a los dos

(J hace la primera fila) (A.2.1)

684 - 186		
100	584	86

KMT		
Indicadores de análisis	Categoría	Unidad de información
Conocer y emplear un método alternativo para el cálculo	Teoría sobre enseñanza	A.3.1
		A.3.2
Conocer la efectividad de elementos materiales para la mejora de comprensión de un contenido	Recursos materiales y virtuales	A.1.1
		A.4.1
		A.4.2
		A.4.3
Conocer la sustracción de ABN como técnica para comprender que la resta es un proceso iterativo en las que aparece lo que llevo quitado y lo que me queda	Estrategias, técnicas, tareas y ejemplos	A.2.1

Tabla 5: síntesis de conocimientos del subdominio KMT

DISCUSIÓN

En esta investigación se han obtenido tanto evidencias como indicios relacionados con el conocimiento especializado del profesor en la resta en relación con los subdominios del MTSK. Cabe destacar que este docente emplea el método ABN por lo que, a continuación, se discutirá si esos conocimientos que se han analizado anteriormente

proceden de su formación en este método. No se ha podido constatar nuestra valoración de los resultados con otras anteriores ya que no se ha encontrado ningún trabajo que relacione los elementos ABN y MTSK.

En lo que al conocimiento de la resta respecta (subdominio KoT) el docente no solo parece poseer un conocimiento en lo que a la resta se refiere, sino que se basa en el método ABN para su realización. En (A.1.2) muestra que, en el procedimiento llevado a cabo, es indiferente la posición de minuendo y sustraendo según sea mayor o menor, así, realiza una resta en la que la cantidad menor viene precedida de la mayor. Además, en este ejemplo, como en otros (A. 2.1), el docente hace la resta por partes, algo característico de ABN, pues se trata de un Algoritmo que permite al alumnado restar cantidades en función de la dificultad personal encontrada. En relación a la importancia dada al SND por ABN, parece mostrarse tanto en el Procedimiento llevado a cabo por el profesor en (A.3.2), pues busca redondear a unidades completas, como en el Conocimiento de la Estructura de las Matemáticas (KSM), ya que el docente emplea este SND como Conexión de Simplificación para que los alumnos/as puedan entender un contenido que no es de su nivel (los decimales) y así poder trabajar con el dinero, dándole la importancia de la contextualización de las cifras, algo propio de ABN (A.4.2).

En lo que al subdominio del KFLM respecta, y en relación al ABN, el docente realiza la sustracción quitando cantidades más pequeñas y lo hace poco a poco para disminuir la dificultad que pueden tener los alumnos/as ante la primera toma de contacto de un contenido nuevo (A.1.3). Además, dado que en ABN hay cuatro formas de proceder para la realización de una resta y en una de ellas (la detracción), en su procedimiento, hay que quitar lo mismo a las dos cantidades dadas, el profesor parece conocer la dificultad que tienen los alumnos/as para llevar a cabo este tipo de sustracción y enfatiza su procedimiento, estaríamos ante un indicio del conocimiento de la dificultad que poseen los alumnos/as (A.2.2) y (A.1.4). La última evidencia relacionada con este subdominio ha sido la del conocimiento que el docente tiene en la forma de interacción de los alumnos con un contenido matemático, con la escalera ascendente, y que estaría relacionada con “contar a partir de”, se trata de una de las cuatro formas de realizar la resta en ABN (A.3.1) y (A.3.2).

En relación al último subdominio presente en el conocimiento de Bartolomé (KMT), hace explícito una de las alternativas de cálculo que posee ABN para realizar la resta (la

escalera ascendente); mostrando un conocimiento de una estrategia de enseñanza⁴ (A.3.1) y (A.3.2). Además, tanto en esta forma de realizar la resta (escalera ascendente), como en las tres formas restantes indicadas por ABN, le permite al docente, con el uso de la rejilla explicitar el proceso de la resta. Podemos decir, por tanto, que posee una técnica en la que le permite hacer comprender a los alumnos/as todo el proceso de la resta, estos pueden ver lo que llevan quitado y lo que les queda (A.2.1). Es destacable, además, la gran cantidad de recursos que el docente emplea para llevar a cabo estas actividades, concretamente, Bartolomé las realiza en contextos con temáticas diferentes (las horas y las monedas) dando importancia a la manipulación y contextualización, tal y como ABN indica. Es de suma importancia para el docente el uso de Recursos materiales: círculos de cartulina para las horas (A.1.1), monedas de cartón de euros y céntimos para las monedas (A.4.1) y (A.4.2) y colores para facilitar comprensión de contenidos (A.4.3), de los que parece conocer sus potencialidades y limitaciones.

CONCLUSIONES

A partir de esta investigación no solo se han identificado conocimientos de los diferentes subdominios del MTSK que pone en juego un profesor cuando enseña la resta, sino que se ha intentado ir más allá, explicitando cuáles de esos conocimientos forman parte de su formación en ABN en este contenido específico, para ello, se ha tomado como base la información recogida en el marco teórico.

En los resultados se han obtenido evidencias e indicios que nos hacen pensar que Bartolomé tiene un gran dominio en la enseñanza de la resta con este método; concretamente se han obtenido evidencias de los subdominios Conocimiento de los Temas (KoT), Conocimiento de la Estructura Matemática (KSM), Conocimiento de las Características de Aprendizaje de las Matemáticas (KFLM) y, por último, Conocimiento de la Enseñanza de las Matemáticas (KMT). De este último es destacable la gran cantidad de recursos que conoce y emplea para facilitar la enseñanza de la resta, este conocimiento conjeturamos que le viene dado por su formación con un método donde se enfatiza la importancia de uso de materiales para contextualizar los contenidos.

⁴ Estrategia de enseñanza derivada de su conocimiento de la estrategia “contar a partir de” como propia de los niños de esa etapa (Maza, 1991), lo que, de nuevo nos muestra conocimiento de las características del aprendizaje de las matemáticas (KFLM).

También conjeturamos que su amplio conocimiento de ABN puede justificar la interrelación existente entre los conocimientos de los diferentes subdominios que hemos identificado. En relación con el contenido de la resta, que le han dotado de conocimientos y dominios de los diferentes procedimientos para llevarla a cabo (KoT). También le han permitido conocer, tanto las características de enseñanza para la misma, con el uso de recursos, técnicas o teorías que potencien y faciliten la comprensión (KMT), como las del aprendizaje de los alumnos/as en cuanto a las dificultades que podrían presentar o a la forma de interactuar con el contenido (KFLM), un dominio suficiente como para, además, poseer conexiones entre contenidos que le facilitan la enseñanza de la resta (KSM).

En este sentido, consideramos que se ha dado respuesta a las preguntas de investigación planteadas, pues, se ha pretendido conocer el conocimiento especializado de un profesor de Primaria cuando enseña la resta en segundo curso y comprender cuales de esos conocimientos que se han expuesto provienen de su formación en ABN, considerando que el docente posee un amplio dominio en la resta y que su forma de trabajarla se debe a la formación con el método.

Cabe destacar que han sido cuatro los subdominios que se han encontrado, que evidencian dicho conocimiento (los expuestos anteriormente); sin encontrar evidencias de los subdominios KPM y KMLS, quizás se deba al instrumento de recogida de información utilizado (la observación). En este sentido, pensamos que una investigación posterior podría usar también la entrevista pues esta permitiría, además, convertir indicios encontrados en la observación en evidencias. También sería interesante un estudio comparativo de caso, en contextos similares, con otro profesor segundo de Primaria no familiarizado con ABN, para poder valorar nuestra conjetura sobre si el conocimiento especializado que muestra el profesor depende como pensamos de ese conocimiento de este método.

REFERENCIAS

- Ablewhite, R. C., y Paret, A. M. L. (1971). *Las matemáticas y los menos dotados*. Madrid: Morata.
- Aguilar, A., Carreño, E., Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L., Escudero, D., Flores, E., Flores, P., Montes, M. y Rojas, N. (2013). El Conocimiento Especializado del Profesor de Matemáticas: MTSK. *Actas del VII CIBEM* (pp.5063- 5069). Montevideo: CIBEM.

- Ball, D. L., Thames, M.H., y Phelps, G. (2008). Content Knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of teacher education*, 59, 389- 407.
- Bassey, M. (1999). *Case study research in educational settings*. Buckingham: McGraw-Hill Education.
- Bracho-López, R. (2013). Menos reglas y más sentido: alternativas metodológicas a los algoritmos de cálculo tradicionales para el desarrollo del sentido numérico en la educación primaria. *Actas del VII CIBEM* (pp. 70-77). Montevideo: CIBEM.
- Bracho-López, R., Adamuz-Povedano, N., Gallego-Espejo, M. C., y Jiménez-Fanjul, N. (2014). Alternativa metodológica para el desarrollo integral del sentido numérico en niños y niñas de primer ciclo de educación primaria. En M. T. González, M. Codes, y D. Arnau y T. Ortega (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XVIII* (pp. 161-176). Salamanca: SEIEM.
- Bracho-López, R., Adamuz-Povedano, N., Jiménez-Fanjul, N., y Gallego-Espejo, M. C. (2014). Una experiencia de investigación-acción colaborativa para el desarrollo del sentido numérico en los primeros años de aprendizaje matemático. En J. L. González, J. A. Fernández-Plaza, E. Castro-Rodríguez, M. T. Sánchez-Compañía, C. Fernández, J. L. Lupiáñez y L. Puig (Eds.), *Investigaciones en Pensamiento Numérico y Algebraico e Historia de las Matemáticas y Educación Matemática* (pp. 1-9). Málaga: Departamento de Didáctica de las Matemáticas, de las Ciencias Sociales y de las Ciencias Experimentales y SEIEM.
- Bracho-López, R., Gallego-Espejo, M., Adamuz-Povedano, N., y Jiménez-Fanjul, N. (2014). Impacto escolar de la metodología basada en algoritmos ABN en niños y niñas de primer ciclo de Educación Primaria. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 39, 97-109.
- Canto, M.C. (2014). Curso: Método ABN. Primer ciclo (Por unas matemáticas sencillas, naturales y divertidas). Ronda: CEP de Ronda. Recuperado de <https://calculoabn.com/0.1/wordpress/4.7.z/wp-content/uploads/abn-primer-ciclo-2.pdf>
- Carrillo, J., Climent, N., Contreras, L. C., y Muñoz-Catalán, M. D. C. (2013). Determining specialised knowledge for mathematics teaching. En B. Ubuz, B.; et al (Ed.) *VIII Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 8)* (pp. 2985-2994). Antalya, Turkey: Middle East Technical University, Ankara.
- Carrillo, J., Contreras, L.C., y Montes, M. (2013). Conocimiento del profesor de Matemáticas: Enfoques del MKT y del MTSK. En A. Berciano, G. Gutiérrez, A. Estepa y N. Climent (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 404-410). Bilbao: SEIEM.
- Castro, E., Rico, L. y Castro, E. (1987). *Números y operaciones. Fundamentos para una aritmética escolar*. Madrid: Síntesis.
- Climent, N. (2005). *El desarrollo profesional del maestro de primaria respecto de la enseñanza de la matemática. Un estudio de caso* (Tesis doctoral). Michigan: Proquest Michigan University.

- Climent, N., Escudero-Ávila, D., Rojas, N., Carrillo, J., Muñoz-Catalán, M. C., y Sosa, L. (2014). El conocimiento del profesor para la enseñanza de la matemática. En Aguilar, A., Carmona, E., Carrillo, J. et al. (Comps.), *Un marco teórico para el conocimiento especializado del profesor de matemáticas, el MTSK* (pp. 42-69). Huelva: Bonanza.
- Martínez, J. (2011). El método de cálculo abierto basado en números (ABN) como alternativa de futuro respecto a los métodos tradicionales cerrados basados en cifras (CBC). *Bordón. Revista de pedagogía*, 63 (4), 95-110.
- Martínez, J. (2018). El cálculo ABN. Un enfoque diferente para el aprendizaje del cálculo y las matemáticas. *Padres y Maestros/Journal of parents and teachers*, 376, 52-59.
- Maza, C. (1991). *La enseñanza de la suma y de la resta*. Madrid: Síntesis.
- Muñoz Catalán, M. C. (2009). *El desarrollo profesional en un entorno colaborativo centrado en la enseñanza de las matemáticas: el caso de una maestra novel*. Tesis doctoral. Universidad de Huelva, Huelva.
- Stake, R. E. (2005). Qualitative Case Studies. En N. K. Denzin y Y. S. Lincoln (Eds.), *The Sage handbook of qualitative research* (p. 443–466). London :Sage.
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Research*, 15 (2), 4-14.
- Shulman, L. S. (1987). Conocimiento y enseñanza. *Harvard Educational Review*, 57(1), 163-196.